UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

S U M Á R I O

Requerente(s): **Prof. Danilo Royer**
Título do Projeto: **Representações de C*-álgebras e sistemas dinâmicos parciais**
Assunto: **Projeto de Pesquisa.**

SÍNTESE DO PROJETO DE PESQUISA

Situação: Aguardando Aprovação do Coordenador de Pesquisa

Número: 202107065

1. Título:

Representações de C*-álgebras e sistemas dinâmicos parciais

2. Resumo:

Em trabalhos anteriores desenvolvemos diversos resultados relacionados a representações de C*-álgebras de grafos, C*-álgebras de Exel-Laca, C*-álgebras de Ultragrafos, de C*-álgebras de grafos Higher-Rank, bem como das álgebras de Leavitt para grafos e ultragrafos. As representações se mostram importantes, uma vez que as C*-álgebras citadas são C*-álgebras criadas a partir de geradores e relações, sendo portanto objetos abstratos. Também obtemos resultados esclarecendo relações de isomorfismo entre algumas destas C*-álgebras e sistemas dinâmicos parciais. Estes isomorfismos são úteis no sentido de que o conhecimento sobre os produtos cruzados parciais podem ser transferidos para as C*-álgebras em questão, via o isomorfismo. Além disso, os isomorfismos esclarecem alguns pontos da dinâmica dos sistemas em questão relacionados com propriedades algébricas.
O que pretendemos fazer é continuar investigando sobre o tema representações, sendo que vários pontos continuam em aberto, como será descrito no projeto em anexo.

Palavras-chave:

representações, sistemas dinâmicos;

3. Coordenador:

Nome: Danilo Royer
Departamento: MTM/CFM - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA / MTM/CFM
Tipo: Professor
Regime de Trabalho: DE
Valor Mensal: Sem remuneração
Forma de Remuneração: Sem bolsa
Carga Horária Semanal: 20.00h

4. Entidades Participantes:

Financiadores:
Valor Total: R$ 0,00
Fundações:
Tipo de Instrumento Contratual: Não será celebrado instrumento jurídico com a UFSC.

5. Período:

Previsão de Inicio: 01/05/2021
Início Efetivo: A partir da data da assinatura.
Duração: 36 Meses

Aprovação: 03/05/2021

6. Área do Projeto:

Grande Área do Conhecimento: CIENCIAS EXATAS E DA TERRA
Área do Conhecimento: MATEMATICA
Subárea do conhecimento:ANALISE
Grupo de Pesquisa:

SÍNTESE DO PROJETO DE PESQUISA

Situação: Aguardando Aprovação do Coordenador de Pesquisa

Número: 202107065

7. Comitê de Ética:

Não se aplica;

SÍNTESE DO PROJETO DE PESQUISA

Situação: Aguardando Aprovação do Coordenador de Pesquisa

Número: 202107065

8. Equipe do Projeto:

CPF / Nome	Tipo	Período	Depto/Curso	Valor Mensal / Valor Total	Teto Excedid	Carga Hora. Semanal	Paad	Situação
Danilo Royer 017.167.049-36	Professor Coordenador	01/05/2021 à 30/04/2024	MTM/CFM - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA / MTM/CFM	R$ 0,00 / R$ 0,00		20.00h	Sim	Aprovado

Número total de participantes na equipe do projeto: 1

0 externos à UFSC (0,00%)

1 vinculados à UFSC (100,00%)

9. Financiamento:

Não se aplica.

10. Propriedade Intelectual:

Não se aplica.

12. Movimentações:

Data	Responsável	Ação	Notificados	Comentários
30/04/2021 - 15:10h	Danilo Royer	Criou o projeto		
30/04/2021 - 15:10h	Danilo Royer	Enviou o projeto para aprovação	Cleverson Roberto da Luz	
30/04/2021 - 16:25h	Cleverson Roberto da Luz	Aprovou o projeto	Raphael Falcão da Hora	
03/05/2021 - 10:14h	Raphael Falcão da Hora	Aprovou o projeto	Danilo Royer	
03/05/2021 - 12:05h	Danilo Royer	Solicitou alterações	Danilo Royer	faltou preencher inicio efetivo
03/05/2021 - 12:10h	Danilo Royer	Reenviou o projeto para aprovação	Cleverson Roberto da Luz	

Proponente: Danilo Royer

Título: Representações de C*-álgebras e sistemas dinâmicos parciais

Carga horária: 20 horas semanais

Período: 01/05/2021 a 30/04/2024

Palavras-chave: Sistemas dinâmicos parciais, produto cruzado parcial, branching systems, Representações de grafos e ultragrafos, entropia e produtos cruzados

1 Resumo

Em trabalhos anteriores desenvolvemos diversos resultados relacionados a representações de C*-álgebras de grafos, C*-álgebras de Exel-Laca, C*-álgebras de Ultragrafos, de C*-álgebras de grafos Higher-Rank, bem como das álgebras de Leavitt para grafos e ultragrafos. As representações se mostram importantes, uma vez que as C*-álgebras citadas são C*-álgebras criadas a partir de geradores e relações, sendo portanto objetos abstratos. Também obtemos resultados esclarecendo relações de isomorfismo entre algumas destas C*-álgebras e sistemas dinâmicos parciais. Estes isomorfismos são úteis no sentido de que o conhecimento sobre os produtos cruzados parciais podem ser transferidos para as C*-álgebras em questão, via o isomorfismo. Além disso, os isomorfismos esclarecem alguns pontos da dinâmica dos sistemas em questão relacionados com propriedades algébricas. O que pretendemos fazer é continuar investigando sobre o tema representações, sendo que vários pontos continuam em aberto, como será descrito no projeto.

2 Compilação de algumas atividades desenvolvidas

As álgebras de grafos foram muito estudadas, tanto na versão algébrica, veja [16] e [17], quanto na versão C*-algébrica. Estas álgebras (as álgebras de caminhos de Leavitt) e C*-álgebras (as C*-álgebras de grafos) são definidas como objetos universais com geradores e relações. Para o melhor entendimento de objetos deste natureza, sendo estes objetos com propriedades universais, é importante o conhecimento de representações concretas destas álgebras e C*-álgebras. No artigo [9] introduzimos uma classe de representações das C*-álgebras de grafos, a partir de um objeto que chamamos de $E-$Branching System. Mais adiante daremos uma ideia rápida do que vem a ser isto. Alguns desdobramentos destas ideias iniciais foram obtidos em [10], [12] e [13]. Em [8], o autor usa os $E-$Branching systems que definimos para estudar representações irredutíveis de álgebras de caminhos de Leavitt associadas a um grafo.

Em [14] foi introduzida por M. Tomforde uma nova classe de C*-álgebras, as C*-álgebras de ultragrafos. Um ultragrafo é uma generalização de um grafo, de forma que as C*-álgebras de grafos são exemplos de C*-álgebras de ultragrafos. Mais precisamente, um ultragrafo $\mathcal{G}$ é composto por um conjunto de arestas $\mathcal{G}^1$, um conjunto de vértices G^0 e um par de funções (range) $r : \mathcal{G}^1 \to \mathcal{G}^0$ e (source) $s : \mathcal{G}^1 \to G^0$, em que $\mathcal{G}^0$ é o menor subconjunto das partes de G^0, fechado por uniões e interseções finitas, que contem $\{v\}$ para cada vértice $v \in G^0$ e $r(e)$ para cada aresta $e \in \mathcal{G}^1$. Caso $r(e)$ seja um conjunto com apenas um único vértice, para cada aresta e, segue que $\mathcal{G}$ é um grafo dirigido, de forma que grafos dirigidos são casos particulares de ultragrafos.

A C*-álgebra de ultragrafo, $C^*(\mathcal{G})$, é a C*-álgebra universal gerada por isometrias parciais $\{s_e\}_{e\in\mathcal{G}^1}$ e projeções $\{p_A\}_{A\in\mathcal{G}^1}$ com as relações:

1. $p_{A\cap B} = p_A p_B$ e $p_{A\cup B} = p_A + p_B - p_{A\cap B}$ para cada $A, B \in \mathcal{G}^1$;

2. $s_e^* s_f = \delta_{e,f} p_{r(e)}$ para cada par de arestas e, f;

3. $s_e s_e^* \leq p_{s(e)}$ para cada aresta e;

4. $p_v = \sum\limits_{e\in s^{-1}(v)} s_e s_e^*$ sempre que $0 < |s^{-1}(v)| < \infty$.

A versão puramente algébrica (o que seria o análogo às C*-álgebras de Ultragrafos, mas sem topologia) define-se de maneira semelhante, obtendo assim, conforme [19], as Álgebras de Leavitt para ultragrafos.

No artigo [18] definimos o que vem a ser um $\mathcal{G}$-branching system de um ultragrafo $\mathcal{G}$. Mais precisamente, um $\mathcal{G}$-branching system de um ultragrafo $\mathcal{G}$ é o seguinte:

Definição: *Seja $\mathcal{G}$ um ultragrafo, (X, μ) um espaço de medida e $\{R_e, D_A\}_{e\in\mathcal{G}^1, A\in\mathcal{G}^0}$ uma familia de subconjuntos mensuráveis de X. Suponha que*

1. $R_e \cap R_f \overset{\mu-q.s.}{=} \emptyset$ *if* $e \neq f \in \mathcal{G}^1$*;*

2. $D_\emptyset = \emptyset; D_A \cap D_B \overset{\mu-q.s.}{=} D_{A\cap B}; D_A \cup D_B \overset{\mu-q.s.}{=} D_{A\cup B}$ *para cada* $A, B \in \mathcal{G}^0$*;*

3. $R_e \overset{\mu-q.s.}{\subseteq} D_{s(e)}$ *para cada* $e \in \mathcal{G}^1$*;*

4. $D_v \overset{\mu-a.e.}{=} \bigcup_{e\in s^{-1}(v)} R_e$ *se* $0 < |s^{-1}(v)| < \infty$*; e*

5. *para cada* $e \in \mathcal{G}^1$*, existem duas funções mensuráveis* $f_e : D_{r(e)} \to R_e$ *e* $f_e^{-1} : R_e \to D_{r(e)}$ *tais que* $f_e \circ f_e^{-1} \overset{\mu-q.s.}{=} Id_{R_e}, f_e^{-1} \circ f_e \overset{\mu-q.s.}{=} Id_{D_{r(e)}}$*,e além disso existem as derivadas de Radon-Nikodym* $d(\mu \circ f_e)/d\mu$ *e* $d(\mu \circ f_e^{-1})/d\mu$*, que denotamos por* Φ_{f_e} *e* $\Phi_{f_e^{-1}}$*.*

Um $\mathcal{G}$-branching system é um espaço de medida (X, μ) como na definição acima. Cada $\mathcal{G}$-branching system induz uma representação concreta $\pi : C^*(\mathcal{G}) \to B(L^2(X, \mu))$, conforme [[18], Teorema 4.1], que é definida nos geradores s_e e p_A de $C^*(\mathcal{G})$ por $\pi(s_e) = \Phi_{f_e^{-1}}^{\frac{1}{2}}.(\phi \circ f_e^{-1}), \pi(s_e^*) = \Phi_{f_e}^{\frac{1}{2}}.(\phi \circ f_e)$ e $\pi(p_A) = \chi_{D_A}\phi$ para cada $\phi \in L^2(X, \mu)$. Teorema semelhante obtemos também para, por exemplo, as álgebras de Leavitt ultragrafos em [4]; as álgebras de Cohn-Leavitt para grafos separados em [12]; as C*-álgebras de Exel-Laca em [11]; e as Higher-Rank Graph C*-álgebras em [6].

Todas as representações obtidas no parágrafo acima partem do princípio de que temos em mãos um branching system, em qualquer uma das situações descritas acima. Portanto, é importante garantirmos que existam tais branching systems. Mostramos em [[13], Teorema 3.2] que todo ultragrafo enumerável (isto é, conjunto de arestas e de vértices enumeráveis) $\mathcal{G}$ admite um $\mathcal{G}-$ branching system. Estes branching systems são construídos, neste caso, em $\mathbb{R}$ com a medida de Lebesgue. No caso não enumerável ainda não se sabe se sempre é possível construir um branching system. Recentemente, a ex-orientanda de Mestrado minha (Paula Savana Estácio Moreira) mostrou na sua dissertação que para o caso puramente algébrico, a resposta é positiva para grafos dirigidos (que é um caso particular de ultragrafo), com a hipótese de que $s^{-1}(v)$ é enumerável para cada vértice v, mesmo que o grafo não seja enumerável. Também, meu ex-orientando de mestrado (Ben Hur Eidt) trabalhou neste problema para grafos não enumeráveis, mas no contexto de C*-álgebras, que portanto envolve espaços de medida (como na definição de branching system acima), sendo que o trabalho dele foi publicado (veja [7]). Porém, para ultragrafos, não há nada além de [[13], Torema 3.2] e [[4], Proposição 4.2]. Também mostramos que sempre existem Branching systems para as C*-álgebras de Exel-Laca; as álgebras de Cohn-Leavitt para grafos separados enumeráveis; e para as Higher-Rank Graph C*-álgebras enumeráveis.

Em se tratando de representações de C*-álgebras, as mais desejadas são as injetoras. Neste sentido, obtemos alguns resultados, que relacionam a condição (L) (isto é, todo caminho fechado do ultragrafo tem uma saída) de um ultragrafo com representações injetoras, conforme [[18], Proposição 8.1 e Teorema 8.2]. Além disso, obtemos representações injetoras, a partir de um $\mathcal{G}$-branching system (X, μ), representações de $C^*(\mathcal{G}) \to B(L^2(X, \mu))$, mesmo que o ultragrafo não satisfaça a condição (L), conforme [[18], Teorema 8.3], e também [[4], Teorema 5.1]. Este último resultado depende fortemente do que chamamos Teorema da Redução, sobre o qual comentaremos mais adiante.

Outro desdobramento dos branching systems é a investigação sobre quais representações de $C^*(\mathcal{G})$ são provenientes de Branching systems. Mais especificamente, quando uma representação qualquer $\varphi : C^*(\mathcal{G}) \to B(H)$ (em que H é um espaço de Hilbert) é unitariamente equivalente a alguma representação induzida por um branchig system? O interesse em saber isso é que sabemos exatamente como atuam as representações provenientes de branching system, conforme [[18], Teorema 4.1]. Obtemos alguns resultados no sentido de responder parcialmente esta pergunta primeiramente para grafos em [[10], Seção 4], depois para C*álgebras de ultragrafos em [[18], Seção 6] e recentemente no contexto puramente algébrico em [[4], Seção 6] para ultragrafos. Em todos os casos, obtemos condições suficientes sobre o ultragrafo $\mathcal{G}$ para que todas as representações de $C^*(\mathcal{G})$ em $B(H)$ sejam unitariamente equivalentes aquelas induzidas por branching systems. Porém, as condições necessárias para que isto ocorra ainda são desconhecidas.

Um estudo que estamos fazendo em paralelo com o estudo dos Branching systems é entender a relação que existe entre as álgebras de grafos e ultragrafos com a dinâmica dos espaços dos caminhos nos grafos e ultragrafos. Vamos detalhar um pouco o caso puramente algébrico, por ser um pouco menos técnico e mais fácil de descrever. O caso C*-algébrico é semelhante, com as adequações topológicas pertinentes. Seja $\mathcal{G}$ um ultragrafo e seja Y^∞ o conjunto de todos os caminhos infinitos no ultragrafo, e $Y^* = \{(\alpha, v) : \alpha$ é um caminho finito e $v \in r(\alpha)$ é um sink$\}$, e seja $Y = Y^\infty \cup Y^*$. Seja $\mathbb{F}$ o grupo livre gerado pelas arestas de $\mathcal{G}$. Seguindo as definições de [[4], Seção 2] obtemos um sistema dinâmico parcial, usando $\mathbb{F}$ e Y. Apenas para ilustrar este sistema dinâmico, dada uma aresta e, definimos Y_e como sendo o conjunto dos elementos de Y que começam com e e $Y_{e^{-1}}$ como sendo o conjunto dos elementos de Y que começam em algum vértice de $r(e)$. Neste caso, a função que toma um elemento de Y_e e apaga a primeira aresta é uma bijeção entre Y_e e $Y_{r(e)}$. A partir do sistema dinâmico parcial assim obtido, provamos em [[5], Teorema 3.10] que a álgebra de ultragrafo é isomorfa ao produto cruzado parcial induzido pelo sistema dinâmico parcial. Este Teorema foi fundamental para provarmos em [4] o Teorema da Redução (Teorema 3.2). De forma muito sucinta, o Teorama da Redução garante que qualquer elemento da álgebra de Leavitt para ultragrafos pode ser reduzido, via multiplicações, para um monômio, ou, para um polinômio sobre um caminho fechado. O teorema da redução foi fundamental, por exemplo, para provarmos [[4], Teorema 5.1] que trata de representações injetoras provenientes de branching systems. Este teorema tem se mostrado muito útil, e estamos desenvolvendo um artigo de aplicações deste teorema. Para o caso C^*-algébrico, também, demonstramos que existe um isomorfismo entre a C^*-álgebra de ultragrafos, e um produto cruzado parcial, semelhante ao acima citado, porem, com as adequações topológicas. Este resultado pode ser visto em [[15], Teorema 4.12].

3 Objetivos gerais e específicos

O objetivo geral é continuar a investigar representações e a relação entre sistemas dinâmicos (incluindo entropia, por exemplo) e algumas C*-álgebras definidas a partir de geradores e relações. Segue abaixo uma relação de projetos sobre o prosseguimento dos trabalhos que estamos realizando.

- Entropia topológica é um número invariante de um sistema dinâmico (ação do grupo aditivo $\mathbb{Z}$) que é constante para ações topologicamente equivalentes, e inúmeros esforços foram feitos recentemente para estender esta ideia para ações de grupos mais gerais. Um sistema dinâmico discreto é um conjunto não vazio X e uma função $f : X \to X$. Para um sistema dinâmico, o principal objetivo é compreender a evolução de pontos $x \in X$ (sob a ação de f), isto é, compreender algumas propriedades da órbita de x (que é o conjunto $\{f^n(x) : n \in \mathbb{N}\}$ ou $\{f^n(x) : n \in \mathbb{Z}\}$ quando f é inversível). Quando f é um homeomorfismo, podemos ver que o sistema dinâmico corresponde a uma açã contínua do grupo aditivo $\mathbb{Z}$ no conjunto X, ambos tendo as mesmas órbitas. De forma intuitiva, entropia topológica calcula, de alguma forma, a quantidade de órbitas distinguíveis, através do tempo. Se um homeomorfismo $f : X \to X$ é tal que f não é sobrejetora, então a órbita de alguns x podem não estar bem definidas. Mesmo assim, podemos considerar "partes de órbitas", enquanto a iteração de f faz sentido. Desta forma, ações parciais de grupos aparecem naturalmente.

O que pretendemos é desenvolver as ideias de entropia topológica de produtos cruzados parciais. Já temos resultados relevantes para o caso em que a ação parcial é sobre o grupo dos inteiros $\mathbb{Z}$ (ver [3]). Porém, para o caso em que o grupo é qualquer a questão está totalmente em aberto, e pode representar um projeto a médio prazo, porém com resultados bastante significativos. É possível que alguma restrição ao grupo seja necessária.

- As álgebras de caminhos de Leavitt é uma classe fundamental de álgebras com origem na teoria de anéis. Estas álgebras são a versão algébrica das C*-álgebras de grafos. Recentemente em [1] foram descritos resultados relacionando ideais regulares e ideais Gauge-invariantes. O análogo algébrico de ideais Gauge-invariantes são ideais graduados sobre $\mathbb{Z}$ (ou simplesmente ideais graduados). Ideais e estruturas graduadas são uma peça importante na teoria de álgebras de Leavitt. Por exemplo: a graduação da álgebra de Steinberg é usada para deduzir que isomorfismos que preservam a diagonal das álgebras de Leavitt implicam em C*-isomorfismos de C*-álgebras de grafos que satisfazem a condição (L); a graduação é usada para estudar as representações irredutíveis das álgebras de Leavitt; a graduação é usada para mostrar que existe um isomorfismo natural entre o lattice de ideais graduados das álgebras de Leavitt e o monoide das classes de isomorfismos de módulos projetivos finitamente gerados. Outras aplicações da graduação podem ser encontrados na literatura, e não vamos alongar a sua descrição aqui. A ideia de mencionar as aplicações da graduação aqui é deixar claro a importância de obter resultados algébricos análogos aos descritos em [1].

Para tanto, pretendemos (agora em um contexto puramente algébrico) estudar a relação entre ideais regulares, ideais graduados e condição (L) para a álgebra de caminhos de Leavitt. Para grafos de linhas finitas já temos bons resultados, como pode ser visto em [2]. Porém, para outras classes de grafos, resultados ainda são desconhecidos.

- O Teorema da Redução, cuja versão para álgebras de Ultragrafos descreveremos logo abaixo, é uma ferramenta extremamente útil, e já era conhecido para Álgebras de Leavitt e para as "relative Cohn path algebras". Para Ultragrafos, provamos em [4] o seguinte Teorema de Redução:

  Teorema 3.1 *Seja G um ultragrafo qualquer, R um anel comutativo unitário e $0 \neq x \in L_R(G)$. Então existem elementos $\mu = \mu_1 ... \mu_n$ e $\nu = \nu_1 ... \nu_m \in L_R(G)$, com $\mu_i, \nu_j \in \mathcal{G}^1 \cup (\mathcal{G}^1)^*$ para cada i e j, tais que $0 \neq \mu x \nu$ e, ou $\mu x \nu = \lambda p_A$ para algum $A \in G^0$, ou $\mu x \nu = \sum \lambda_i s_c^i$ em que c é um ciclo sem saída.*

  Em [4] aplicamos o teorema acima na caracterização de representações injetoras provenientes de sistemas dinâmicos ramificados, e para mostrar que álgebras de Utragrafos são semiprimas.

  O que pretendemos fazer em relação ao teorema acime é desenvolver outras aplicações do Teorema da Redução [[4], Teorema 3.2]. Esta pesquisa está em desenvolvimento, em estágio intermediário.

- Continuar com a investigação sobre condições sobre ultragrafos de forma que qualquer representação seja unitariamente equivalente a alguma induzida por um branching system. A vantagem obtida de representações unitariamente equivalentes induzidas por branching systems é que as induzidas por branchig systems são conhecidas, tanto para C*-álgebras de ultragrafos, C*-álgebras de Exel-Laca, C*-álgebras de grafos, C*-álgebras de grafos Higher-Rank, para as álgebras de Leavitt de grafos e ultragrafos.

4 Metodologia

A metodologia empregada até aqui tem se mostrado eficiente. Atualmente, tenho desenvolvido minhas atividades em parceria com outros professores. Meu principal co-autor é o professor Daniel Gonçalves (UFSC). Desenvolvemos encontros em forma de seminários. Pretendemos prosseguir com este formato. Outros co-autores recentes são Alexandre Tavares Baraviera e Fagner B. Rodrigues (ambos de Departamento de Matemática Pura e Aplicada -IME, Universidade Federal do Rio Grande do Sul).

5 Resultados esperados e relevânica

Os resultados científicos que esperamos são resultados que respondam aos problemas propostos nos objetivos específicos.

Referências

[1] J. H. Brown, A H. Fuller, D. R. Pitts, S. A. Reznikoff, *Regular ideals of graphalgebras*, (2020) arXiv:2006.00395 [math.OA].

[2] D. Gonçalves e D. Royer. *A note on the regular ideals of Leavitt Path Algebras* https://arxiv.org/pdf/2006.03634.pdf

[3] A. T. Baraviera, R. Exel, D. Gonçalves, F. B. Rodrigues, D. Royer *Entropy for partial actions of* $\mathbb{Z}$ https://arxiv.org/pdf/1509.06014.pdf

[4] D. Gonçalves, D. Royer. *Representations and the reduction theorem forultragraph Leavitt path algebras.* to appear. Journal od Algebraic Combinatorics.

[5] D. Gonçalves, D. Royer, *Simplicity and chain conditions for ultragraph Leavitt path algebras via partial skew group ring theory*

[6] D. Gonçalves, D. Royer, H. Li, *Branching Systems for Higher-Rank GraphC*-algebras.* Glasgow Math. Journal, v.60, 731-751, 2018.

[7] B. Eidt and D. Royer *Representations of C^*-algebras of row-countable graphs and unitary equivalence.* Rocky Mountain J. of Mathematics, v. 50, p. 1295-1312, 2020.

[8] Xiao-Wu Chen. *Irreducible representations of leavitt path algebras.* Forum Math. v. 27, 2011.

[9] D. Gonçalves and D. Royer. *Graph C*-algebras, branching systems and the Perron-Frobenius operator.* Journal of Mathematical Analysis and Applications, v. 391, p. 457-465, 2012.

[10] D. Gonçalves and D. Royer, *Unitary equivalence of representations of graph algebras and branching systems.* Functional Analysis and its Applications, v. 45, p. 117-127, 2011

[11] D. Gonçalves and D. Royer *Perron Frobenius operators and representations of the Cuntz Krieger algebras for infinite matrices.* Journal of Mathematical Analysis and Applications, v. 351, p. 811-818, 2009.

[12] D. Gonçalves and D. Royer *Branching Systems and Representations of Cohn-Leavitt path algebras of separated graphs.* J. of Algebra, 422 (2015), 413-426.

[13] D. Royer, D. Gonçalves and H. Li *Faithful representations of graph algebras via branching systems* Canad. Math. Bull. 59 (1), pp 95-103.

[14] M. Tomforde *A unified Approach to Exel-laca Algebras and C*-algebras associated to graphs*, J. Operator Theory, 50 (2003), 345-368.

[15] D. Gonçalves, D. Royer *Infinite Alphabet Edge shift spaces via Ultragraphs and their C*-algebras.* Int. Math. Research Notices, v. 7, 2177-2203, 2017.

[16] G. Abrams, G. Aranda-Pino. *The Leavitt path algebra of arbitrary graphs.* Houston J. Math., 34 (2) (2008), p. 423-442.

[17] G. Abrams, G. Aranda-Pino. *The Leavitt path algebra of a graph.* J. Algebra, 293 (2005), pp. 319-334.

[18] D. Gonçalves, H. Li and D. Royer *Branching systems and general Cuntz-Krieger uniqueness theorem for ultragraph C*-álgebras.* International Journal of Mathematics, 34 (10), 2016.

[19] M. Imanfar, A. Pourabras and H. Larki *The Leavitt Path Algebras of Ultragraphs* arxiv.

Documento assinado digitalmente
Danilo Royer
Data: 19/04/2021 15:45:28-0300
CPF: 017.167.049-36
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Florianópolis, 18 de abril de 2021.

PROCESSO Nº 202107065

Encaminhe-se à Câmara de Pesquisa, para manifestação.
Em, 30/04/2021

Documento assinado digitalmente
Danilo Royer
Data: 27/07/2021 09:46:49-0300
CPF: 017.167.049-36
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Assinatura Proponente

Aprovado na reunião da Câmara de Pesquisa do dia 30 de abril de 2021 (ata 250).

Documento assinado digitalmente
Cleverson Roberto da Luz
Data: 27/07/2021 09:11:08-0300
CPF: 029.967.469-02
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Assinatura Coordenador de Pesquisa
Departamento de Matemática – UFSC