UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

S U M Á R I O

Requerente(s): **Prof**. **Mykola Khrypchenko**
Título do Projeto: **Cohomologia e extensões de semigrupos inversos e de restrição**
Assunto: **Relatório Final de Projeto de Pesquisa.**

SÍNTESE DO PROJETO DE PESQUISA

Situação: Relatório Final em aprovação

Número: 201904405

1. Título:

Cohomologia e extensões de semigrupos inversos e de restrição

2. Resumo:

Estudaremos dois tópicos distintos dentro da teoria de semigrupos. Pretendemos desenvolver uma nova cohomologia de semigrupos inversos que generalizaria a cohomologia de grupos de [1] e estudar a classe relacionada de extensões de semigrupos inversos. Um outro objetivo principal do projeto é a continuação da linha de pesquisa de [13]. Investigaremos epimorfismos de semigrupos de restrição chamados de extensões próprias. Planejamos descrever tais epimorfismos usando premorfismos e produtos semidiretos correspondentes.

Palavras-chave:

ação parcial; cohomologia; extensão própria; semigrupo inverso; semigrupo de restrição;

3. Coordenador:

Nome: Mykola Khrypchenko
Departamento: MTM/CFM - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA / MTM/CFM
Tipo: Professor
Regime de Trabalho: de
Valor Mensal: Sem remuneração
Forma de Remuneração: Sem bolsa
Carga Horária Semanal: 20.00h

4. Entidades Participantes:

Financiadores:
Valor Total: R$ 0,00
Fundações:
Tipo de Instrumento Contratual: Não será celebrado instrumento jurídico com a UFSC.

5. Período:

Previsão de Inicio: 01/05/2019
Início Efetivo: 01/05/2019
Duração: 24 Meses
Término: 01/05/2021
Aprovação: 01/05/2019

6. Área do Projeto:

Grande Área do Conhecimento: CIENCIAS EXATAS E DA TERRA
Área do Conhecimento: MATEMATICA
Subárea do conhecimento:ALGEBRA
Grupo de Pesquisa:

7. Comitê de Ética:

Não se aplica;

SÍNTESE DO PROJETO DE PESQUISA

Situação: Relatório Final em aprovação

Número: 201904405

8. Equipe do Projeto:

CPF / Nome	Tipo	Período	Depto/Curso	Valor Mensal / Valor Total	Teto Excedid	Carga Hora. Semanal	Paad	Situação
Mykola Khrypchenko 235.607.588-74	Professor Coordenador	01/05/2019 à 01/05/2021	MTM/CFM - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA / MTM/CFM	R$ 0,00 / R$ 0,00		20.00h	Sim	Aprovado

Número total de participantes na equipe do projeto: 1

0 externos à UFSC (0,00%)

1 vinculados à UFSC (100,00%)

SÍNTESE DO PROJETO DE PESQUISA

Situação: Relatório Final em aprovação

Número: 201904405

9. Financiamento:

Não se aplica.

10. Propriedade Intelectual:

Não se aplica.

11. Relatório Final:

Data efetiva de término: 01/05/2021

Tipo		Descrição
Produção bibliográfica	Artigos em periódicos internacional	Kaygorodov, I., Khrypchenko, M., and
Produção bibliográfica	Artigos em periódicos internacional	Dokuchaev, M., Khrypchenko, M., and
Produção bibliográfica	Artigos em periódicos internacional	Kaygorodov, I., and Khrypchenko, M.
Produção bibliográfica	Artigos em periódicos internacional	Gorshkov, I., Kaygorodov, I., and
Produção bibliográfica	Artigos em periódicos internacional	Kaygorodov, I., Khrypchenko, M., and
Produção bibliográfica	Artigos em periódicos internacional	Dokuchaev, M., Khrypchenko, M., and

Receita total (inclui rendimento): R$ 0,00
Despesa realizada: R$ 0,00
Saldo: R$ 0,00

12. Movimentações:

Data	Responsável	Ação	Notificados	Comentários
07/04/2019 - 08:33h	Mykola Khrypchenko	Criou o projeto		
07/04/2019 - 08:33h	Mykola Khrypchenko	Enviou o projeto para aprovação	Cleverson Roberto da Luz	Estou enviando para aprovação um projeto de pesquisa "Cohomologia e extensões de semigrupos inversos e de restrição" com período de execução 01/05/2019 a 30/04/2021
02/05/2019 - 14:53h	Cleverson Roberto da Luz	Aprovou o projeto	Aldrovando Luis Azeredo Araujo	
02/05/2019 - 15:05h	Aldrovando Luis Azeredo Araujo	Aprovou o projeto	Mykola Khrypchenko	
05/05/2019 - 12:33h	Mykola Khrypchenko	Informou o início efetivo		Estou confirmando que a data efetiva do início do projeto é 01/05/2019. Obrigado.
27/03/2021 - 12:53h	Mykola Khrypchenko	Enviou relatório final para aprovação	Cleverson Roberto da Luz	Boa tarde. Estou enviando para aprovação o relatório final do meu projeto de pesquisa "cohomologia e extenso?es de semigrupos inversos e de restric?a?o" que termina no dia 01/05/2021. Anexo também um arquivo pdf com comprovantes das atividades desenvolvidas no âmbito do projeto. Obrigado.

Relatório do Projeto de Pesquisa

Título:	cohomologia e extensões de semigrupos inversos e de restrição
Proponente:	Mykola Khrypchenko (UFSC)
Colaboradores:	Mikhailo Dokuchaev (USP), Ganna Kudryavtseva (Univ. of Ljubljana), Juan Jacobo Simón (Univ. de Murcia)

Período: 01/05/2019 a 30/04/2021,
Número de horas semanais: 20

Conteúdo

1 Descrição das Atividades **3**
1.1 Cohomologia parcial . . . 3
1.1.1 Histórico . . . 3
1.1.2 Resultados obtidos . . . 5
1.2 Extensões próprias de semigrupos de restrição . . . 5
1.2.1 Histórico . . . 5
1.2.2 Resultados obtidos . . . 7
1.3 Álgebras de incidência e suas generalizações . . . 7
1.3.1 Histórico . . . 7
1.3.2 Resultados obtidos . . . 9
1.4 Extensões centrais de álgebras não associativas . . . 9
1.4.1 Histórico . . . 9
1.4.2 Resultados obtidos . . . 10

2 Sumário das Atividades Desenvolvidas **11**
2.1 Artigos . . . 11
2.1.1 Artigos publicados . . . 11
2.1.2 Artigos aceitos para publicação . . . 12
2.1.3 Artigos submetidos . . . 12
2.2 Pós-doutorado . . . 12
2.3 Visitas científicas . . . 12
2.4 Participação em eventos científicos . . . 12
2.4.1 Congressos . . . 12
2.4.2 Seminários . . . 13
2.5 Organização de eventos científicos . . . 13
2.6 Supervisão . . . 13

1 Descrição das Atividades

1.1 Cohomologia parcial

1.1.1 Histórico

A origem de ações parciais de grupos está no trabalho [25] do R. Exel sobre álgebras de operadores, onde foram construídos uma ação parcial do grupo de inteiros em uma C*-álgebra e o produto cruzado correspondente. Logo a noção foi estendida por K. McClanahan [67] ao caso de um grupo arbitrário. O conceito foi usado para descrever algumas álgebras como produtos cruzados por ações parciais, e. g., as álgebras de Bunce-Deddens e de Bunce-Deddens-Toeplitz [26], as AF-álgebras [27], as álgebras de Toeplitz ou de Wiener-Hopf [74, 32], as álgebras de Toeplitz-Cuntz [74], as álgebras de Cuntz [74], as álgebras de Cuntz-Krieger [74, 32, 31] e as álgebras de Hecke [30].

As noções de uma ação parcial torcida e do produto cruzado correspondente apareceram pela primeira vez em [28] no contexto de C*-álgebras e foram investigadas de um ponto de visto puramente algébrico em [13] (com torção trivial) e [14]. Em particular, o problema de existência de uma globalização de uma ação parcial e a questão relacionada de associatividade do produto cruzado correspondente foram resolvidos no caso de uma ação parcial unitária, i. e. daquela cujos domínios são ideais unitários, motivando o estudo desta classe de ações parciais.

No caso comutativo uma ação parcial torcida unitária de um grupo G em uma álgebra (unitária) A é exatamente um par consistindo de uma ação parcial (não torcida) unitária de G em A e de uma torção, sendo esta última uma aplicação $f : G \times G \to A$ cujos valores $f(x, y)$ pertencem ao grupo de unidades do ideal $1_x 1_{xy} A$ e que satisfaz uma versão "parcial" da identidade de 2-cocíclo. Além disso, a equivalência de ações parciais torcidas de G em A, introduzida em [15], para A comutativa simplesmente significa a coincidência das ações parciais e a equivalência "parcial" das torções. Esta última equivalência leva à noção de um 2-cobordo parcial. Assim, naturalmente esperava-se que poderia existir uma teoria cohomológica adequada que trataria disso.

Representações parciais projetivas de grupos foram introduzidas por M. Dokuchaev e B. Novikov em [21] envolvendo representações de semigrupos desenvolvidas por B. Novikov em [69, 70] e o monoide inverso $\mathcal{S}(G)$ surgindo do trabalho [29] de R. Exel. Seguindo o caso clássico de representações usuais de grupos, os autores definiram uma noção relevante do multiplicador de Schur parcial $pM(G)$ de G como o conjunto de classes de equivalência de conjuntos fatores de todas as representações parciais projetivas de G. Em contraste com o multiplicador de Schur clássico de G, que, como se sabe, é um grupo abeliano isomorfo ao segundo grupo de cohomologia de G com valores no G-módulo trivial sobre K^*, $pM(G)$ é um semireticulado de grupos abelianos $\bigcup pM_D(G)$, onde D percorre os domínios de todas as representações parciais projetivas de G, e $pM_D(G)$ é formado pelas classes de equivalência dos conjuntos fatores com o domínio D. No entanto, seria interessante interpretar $pM(G)$ do ponto de visto de uma teoria cohomológica.

Um primeiro passo importante nesta direção foi feito no artigo [21] de M. Dokuchaev e B. Novikov mencionado acima, onde os autores associaram a qualquer representação parcial projetiva Γ de G uma ação parcial θ^{Γ} de G num monoide (comutativo) K-cancelativo A^{Γ}, de modo que o conjunto fator σ de Γ tornou-se uma torção relacionada a θ^{Γ} (em outras palavras o par $(\theta^{\Gamma}, \sigma)$ é uma ação parcial torcida de G no monoide comutativo A^{Γ}). E reciprocamente, como foi observado em [21], qualquer ação parcial torcida (θ, σ) de G num monoide K-cancelativo A induz uma representação parcial projetiva de G em $A *_{\theta,\sigma} G$. Esta correspondência entre representações parciais projetivas e ações parciais torcidas foi profundamente investigada e expressa na linguagem de teoria das categorias como um par de functores adjuntos em [22].

M. Dokuchaev e M. Khrypchenko introduziram em [16] a noção de um G-módulo parcial como sendo uma ação parcial unitária de G em um monoide. Neste contexto os autores estenderam a identidade de 2-cocíclo parcial a qualquer dimensão $n \geq 0$, produzindo um complexo de cocadeias e os grupos de cohomologia parcial correspondentes $H^n(G, A)$. De fato, sempre pode-se assumir que os monoides sejam inversos, escolhendo um submódulo apropriado sem mudar os grupos de cohomologia. Em seguida foi usada a ideia do Exel [29] de passar de G-módulos parciais para módulos no sentido do H. Lausch [61] sobre imagens epimorfas adequadas do monoide inverso $\mathcal{S}(G)$. Além do mais, isto permitiu para os autores representar os grupos de cohomologia parcial como os grupos de cohomologia de certos monoides inversos [61], estabelecendo uma conexão entre duas teorias cohomológicas.

A primeira interpretação de $H^2(G, A)$ parcial foi feita por M. Dokuchaev e M. Khrypchenko no contexto do multiplicador de Schur parcial. Eles observaram em [16] que, dada uma representação parcial projetiva Γ de G com conjunto fator σ, o par $(A^{\Gamma}, \theta^{\Gamma})$ é um G-módulo parcial e σ pode ser visto como um 2-cocíclo parcial de G com valores em A^{Γ}. Em seguida eles definiram uma classe apropriada de G-módulos parciais de modo que os 2-cocíclos parciais de G com valores em tais módulos pudessem ser identificadas com os conjuntos fatores de certas representações parciais projetivas, determinando uma inclusão de $H^2(G, A)$ em $pM(G)$. Além do mais, foi mostrado que a imagem de $H^2(G, A)$ pertence completamente, como um subgrupo, a uma componente $pM_D(G)$ de $pM(G)$, e que qualquer $pM_D(G)$ pode ser coberta por tais imagens para uma escolha adequada dos G-módulos parciais A.

Tendo como finalidade interpretar o segundo grupo de cohomologia parcial, M. Dokuchaev e M. Khrypchenko introduziram em [17] o conceito de uma extensão de um semireticulado de grupos A por um grupo G e descreveram todas as extensões desse tipo que são equivalentes aos produtos cruzados $A *_{\Theta} G$ por ações parciais torcidas Θ de G sobre A. Como uma consequência foi estabelecida uma correspondência biunívoca (que respeita equivalência) entre ações parciais torcidas de grupos sobre A e estruturas de módulos torcidos de Sieben em A sobre semigrupos inversos E-unitários.

Para estudar extensões de um semireticulado não unitário de grupos abelianos, precisávamos generalizar a cohomologia parcial para poder trabalhar com cocíclos parciais que tomam seus valores em módulos parciais não necessariamente unitários. Isso foi feito em [18] substituindo, na definição de uma cocadeia parcial, os grupos de unidades $\mathcal{U}(I)$ dos ideais apropriados I de A pelos grupos de unidades $\mathcal{U}(\mathcal{M}(I))$ do monoide dos multiplicadores $\mathcal{M}(I)$ de tais ideais I. Em seguida, fixando um G-módulo parcial A, foi provado que as classes de equivalência de extensões de A por G podem ser identificadas com os elementos de $H^2(G, A)$. Além do mais, dada uma extensão cindida U de A por G, o grupo $H^1(G, A)$ descreve o conjunto das classes de equivalência de cisões de U.

1.1.2 Resultados obtidos

(i) Introduzimos o conceito de um núcleo abstrato parcial associado a um grupo G e um semireticulado de grupos A e estabelecemos uma relação entre o grupo $H^3(G, C(A))$ de cohomologia parcial com as obstruções à existência de extensões admissíveis de A por G que realizam o núcleo abstrato dado. Também mostramos que se tais extensões existem, elas são classificadas por $H^2(G, C(A))$.

O resultado foi publicado em [20].

1.2 Extensões próprias de semigrupos de restrição

1.2.1 Histórico

O P-teorema de McAlister. D. McAlsiter provou em [66, Theorem 2.6] que, a menos de um isomorfismo, qualquer semigrupo inverso E-unitário tem a forma $P(G, X, Y)$ para uma tripla (G, X, Y), onde G é um grupo, X é um conjunto parcialmente ordenado, Y é um subsemireticulado e ideal em X, e G age em X por automorfismos que preservam a ordem de tal forma que $gY \cap Y \neq \emptyset$ para todo $g \in G$. Tais triplas foram chamadas depois de *triplas de McAlister*.

Existem muitas demonstrações alternativas desse fato (veja, por exemplo, [63]), em particular, Kellendonk e Lawson observaram em [55] que uma tripla de McAlister (G, X, Y) nada mais é do que uma ação parcial θ de G sobre Y cujos domínios são ideais não vazios em Y, e que $P(G, X, Y)$ é isomorfo ao produto cruzado $Y *_\theta G$.

O L-teorema de O'Carroll. L. O'Carroll generalizou em [71, Theorem 4] o P-teorema de McAlister mostrando que, dado um semigrupo inverso S e uma congruência determinada em idempotentes[1] ρ em S, existe uma tripla *completamente estrita* (T, X, Y) com $T \cong S/\rho$ e $Y \cong E(S)$, tal que $S \cong L_m(T, X, Y)$. Aqui T é um semigrupo inverso, X é um conjunto parcialmente ordenado, Y é um subsemireticulado e ideal em X, e T age em X por isomorfismos entre ideais de X de tal forma que $Y \cap t(Y \cap \operatorname{dom} t) \neq \emptyset$ (tais triplas (T, X, Y) foram chamadas de *L-triplas*). Quando S é E-unitário e ρ é a congruência de grupo

[1] "idempotent determined" ou "idempotent pure" em inglês, o que significa que a classe de um idempotente contém só idempotentes, e portanto a congruência está completamente determinada por sua restrição a $E(S)$ (veja [62, 5.1]).

mínima em S, isso coincide com a descrição de S como $P(G, X, Y)$ feita por McAlister.

O resultado de O'Carroll foi representado em [?] na forma de uma equivalência entre duas categorias e foi usado também em [64] para descrever F-morfismos entre semigrupos inversos.

O L-teorema na linguagem de ações parciais. Khrypchenko mostrou em [59, Teorema 3.4] que qualquer congruência determinada em idempotentes ρ sobre um semigrupo inverso S induz uma ação parcial (um *premorfismo*) $\tau : S/\rho \to \Sigma(E(S))$, tal que S imerja no produto semidireto $E(S) \rtimes_\tau (S/\rho)$. A ação parcial τ é *completamente estrita*[2] e a imagem de S em $E(S) \rtimes_\tau (S/\rho)$ descreve-se como um subsemigrupo $E(S) \rtimes_\tau^m (S/\rho)$ em $E(S) \rtimes_\tau (S/\rho)$. Essa descrição é análoga à feita por O'Carroll em [71, Theorem 4], mas o uso de ações parciais simplificou muito a demonstração.

Semigrupos de restrição. Uma classe de semigrupos que generaliza semigrupos inversos é formada por semigrupos de restrição[3]. Um *semigrupo de restrição à esquerda*[4] é um semigrupo com uma operação unária $s \mapsto s^+$ que satisfaz os axiomas

$$s^+s = s, \quad s^+t^+ = t^+s^+, \quad (s^+t)^+ = s^+t^+, \quad st^+ = (st)^+s.$$

Segue dos axiomas que s^+ é um idempotente, chamado de uma *projeção*. Além do mais, $e \in S$ é uma projeção se e somente se $e^+ = e$. O conjunto de todas as projeções de S é denotado por $P(S)$. Dualmente define-se um semigrupo de restrição à direita: é um semigrupo S com uma operação unária $s \mapsto s^*$ que satisfaz

$$ss^* = s, \quad s^*t^* = t^*s^*, \quad (st^*)^* = s^*t^*, \quad s^*t = t(st)^*.$$

Uma *projeção* em um semigrupo de restrição à direita é um elemento da forma s^* ou, equivalentemente, um elemento e tal que $e^* = e$. Um semigrupo de restrição (bilateral) é um semigrupo com duas operações unárias $^+$ e *, tais que $(S, ^+)$ seja um semigrupo de restrição à esquerda, $(S, ^*)$ seja um semigrupo de restrição à direita e as operações * e $^+$ sejam relacionadas pelas identidades

$$(s^+)^* = s^+, \quad (s^*)^+ = s^*.$$

Nesse caso os conjuntos das projeções com repeito a $^+$ e * coincidem.

Qualquer semigrupo inverso é um semigrupo de restrição com $s^+ = ss^{-1}$ e $s^* = s^{-1}s$. Por outro lado, qualquer monoide pode ser visto como um semigrupo de restrição à esquerda (com $s^+ = 1$), à direita (com $s^* = 1$) ou bilateral (com $s^+ = s^* = 1$). E reciprocamente, se um semigrupo de restrição (à esquerda, à direita ou bilateral) S possui uma única projeção, então essa projeção é a identidade de S, e S é chamado de um *monoide de restrição reduzido*.

[2] Esse é um análogo da terminologia que O'Carroll introduziu para triplas (T, X, Y).
[3] "Restriction semigroups" em inglês
[4] também chamado de "weakly (left) E-ample semigroup"

Semigrupos de restrição próprios. Para semigrupos de restrição (à esquerda, à direita, bilaterais) existem análogos dos conceitos conhecidos no contexto de semigrupos inversos. São a *congruência de monoide reduzido mínima* (o análogo da congruência de grupo mínima), a *imagem de monoide reduzido máxima* (o análogo da imagem de grupo máxima), uma *congruência própria* (o análogo de uma congruência determinada em idempotentes), um *semigrupo próprio* (o análogo de um semigrupo E-unitário), um *semigrupo de F-restrição* (o análogo de um semigrupo F-inverso).

G. Gomes e V. Gould obtiveram em [35] uma descrição de semigrupos de restrição à esquerda próprios nos termos de M-triplas (M, X, Y), onde X é um conjunto parcialmente ordenado, M é um monoide reduzido agindo à esquerda sobre X e Y é um certo subconjunto de X. É uma generalização do P-teorema de McAlister à classe de semigrupos de restrição à esquerda.

Ações parciais de semigrupos de restrição à esquerda. A noção de uma *ação parcial de um semigrupo de restrição à esquerda* foi introduzida por V. Gould e C. Hollings em [38]. Os autores mostraram que qualquer ação parcial de tal semigrupo S é globalizável e, por outro lado, as ações parciais de S correspondem às ações globais de um semigrupo maior $Sz(S)$ chamado da expansão de Szendrei de S.

C. Cornock e V. Gould definiram o conceito de uma *ação parcial dupla* de um monoide sobre um semireticulado e descreveram semigrupos de restrição bilaterais próprios como sendo produtos cruzados por tais ações parciais, generalizando assim o resultado de Kellendonk e Lawson [55] sobre semigrupos inversos E-unitários.

1.2.2 Resultados obtidos

(i) Introduzimos e estudamos várias classes de ações parciais de semigrupos de restrição bilaterais que generalizam ações parciais de monoides e semigrupos inversos. Provamos um resultado estrutural sobre extensões próprias de semigrupos de restrição bilaterais em termos de ações parciais, generalizando os resultados correspondentes para monoides e semigrupos inversos. Estabelecemos uma adjunção entre a categoria $\mathcal{P}(S)$ de extensões próprias de semigrupos de restrição S e a categoria $\mathcal{A}(S)$ de ações parciais de S sob certas condições provenientes de um trabalho do O'Carroll. Na categoria $\mathcal{A}(S)$, especificamos duas subcategorias isomorfas, sendo uma refletiva e outra corefletiva, as quais são equivalentes à categoria $\mathcal{P}(S)$.

O resultado foi publicado em [19].

1.3 Álgebras de incidência e suas generalizações

1.3.1 Histórico

A álgebra de incidência $I(P, F)$ de um conjunto parcialmente ordenado localmente finito P sobre um corpo F foi introduzida por J.-C. Rota em [76] como um instrumento para resolver vários problemas combinatórios na série de trabalhos "On the foundations of combinatorial theory".

Estes trabalhos despertaram um interesse sobre a álgebra $I(P,F)$ em si como um objeto de pesquisa e levaram no início da década 70 aos artigos que identificaram as direções do desenvolvimento da teoria de álgebras de incidência. Stanley [79] foi o primeiro que formulou e resolveu o problema de isomorfismo para álgebras de incidência e, como uma consequência, descreveu o grupo de automorfismos exteriores desta álgebra. Doubilet, Rota e Stanley [23] deram início ao estudo de propriedades algébricas de $I(P,F)$, em particular, eles descreveram o radical de Jacobson e o reticulado dos ideais fechados de $I(P,F)$.

Logo depois Belding [5] estendeu naturalmente a definição da álgebra de incidência ao caso de conjuntos quase ordenados localmente finitos e anéis não-comutativos. O objeto construído era um anel que Belding chamou do anel de incidência. Entre os outros resultados, o autor obteve os critérios de inversibilidade e descreveu o centro do anel de incidência. Além do mais, foi resolvido o problema de isomorfismo sobre um corpo sob a hipótese de que um dos dois conjuntos é finito.

O problema de isomorfismo foi estudado também nos trabalhos de N. A. Nachev [68], E. R. Voss [80], P. Leroux [65], P. Ribenboim [75], J. K. Haack [39], J. Froelich [34], M. M. Parmenter [72], M. M. Parmenter junto com J. H. Schmerl e E. Spiegel [73], S. Dascaulescu e L. van Wyk [24]. Atualmente, os resultados mais gerais sobre esta questão foram obtidos nos artigos de Abrams-Haefner-del Rio [2, 3], porém o problema principal de descrição dos anéis, para os quais o teorema de isomorfismo é verdadeira, ainda está em aberto.

Quando P não é localmente finito, o produto em $I(P,F)$ não está definido em geral, então $I(P,F)$ tem apenas uma estrutura de espaço vetorial sobre F. Ao mesmo tempo, por exemplo, o conjunto de células de um CW-complexo não-compacto não é localmente finito. Por outro lado, tais operações como soma e produto de conjuntos parcialmente ordenados não preservam finitude local. Portanto parecia natural tentar estender a noção de uma álgebra de incidência a este caso.

No trabalho de Singh e Al-Thukair [77], no caso de um conjunto parcialmente ordenado P com classes finitas e um anel comutativo R, os autores introduziram uma álgebra $I^*(X,R)$ que eles chamaram da álgebra de incidência fraca de P sobre R. É uma generalização parcial da álgebra de incidência, porque essas duas álgebras coincidem apenas para conjuntos com um número finito dos segmentos não-triviais. O resultado principal do trabalho é o teorema de isomorfismo para álgebras de incidência fracas sobre anéis indecomponíveis.

Uma outra generalização de $I(P,F)$ foi definida por Khripchenko e Novikov em [58]. A ideia foi, no caso de P parcialmente ordenado qualquer, considerar um subconjunto $FI(P,F)$ de funções de $I(P,F)$ para os quais a convolução faz sentido. O conjunto $FI(P,F)$ acabou sendo uma álgebra que foi chamada da álgebra de incidência finitária. Foram descritos os elementos inversíveis, o radical de Jacobson, os idempotentes e os elementos regulares de $FI(P,F)$. Como uma consequência, uma solução positiva do problema de isomorfismo para estas álgebras foi obtida.

Para generalizar os conceitos ao caso de conjuntos quase ordenados, Khripchenko definiu em [56] as noções de uma categoria parcialmente ordenada $\mathcal{C}$ e dos anéis de incidência finitário $FI(\mathcal{C})$ e fraco $I^*(\mathcal{C})$ de $\mathcal{C}$. Em seguida, a cada conjunto quase ordenado P e um anel R ele associou uma categoria parcialmente ordenada $\mathcal{C}(P,R)$, e o anel de incidência finitário dessa categoria foi chamado do anel de incidência de P sobre R e foi denotado por $FI(P,R)$. Analogamente foi definido o anel de incidência fraco $I^*(P,R)$ de P sobre R. O autor estendeu as descrições dos elementos inversíveis, do radical de Jacobson, dos idempotentes e dos elementos regulares ao caso de $FI(\mathcal{C})$. Para $FI(P,R)$ ele obteve uma solução enfraquecida do problema de isomorfismo, no sentido que $FI(P,R) \cong FI(Q,S) \Rightarrow \mathcal{C}(P,R) \cong \mathcal{C}(Q,S)$, quando os anéis R e S são indecomponíveis (veja [56, 57]). O problema de isomorfismo para $I^*(P,R)$ foi reduzido ao problema de isomorfismo para $FI(P,R)$ e portanto resolvido com a mesma hipótese sobre R e S.

Brusamarello, Khrypchenko e Fornaroli investigaram em [6] o problema de decomposição de um isomorfismo de Jordan φ do anel de incidência finitário de uma pocategoria $\mathcal{C}$ na (near-)soma de um homomorfismo e um anti-homomorfismo.

Kaygorodov, Khrypchenko e Wei provaram em [53] que cada derivação superior da álgebra de incidência finitária $FI(P,R)$ de um poset P sobre um anel comutativo R com 1 se decompõe no produto de uma derivação superior interna de $FI(P,R)$ e a derivação superior de $FI(P,R)$ induzida por uma aplicação transitiva superior.

Sob algumas hipóteses naturais sobre R, Khrypchenko e Wei provaram em [60] que cada derivação de tipo Lie da álgebra de incidência finitária $FI(P,R)$ de um poset P sobre um anel comutativo R com 1 é própria.

1.3.2 Resultados obtidos

(i) Descrevemos as estruturas de Poisson na álgebra de incidência finitária $FI(P,R)$ de um conjunto parcialmente ordenado arbitrário P sobre um anel comutativo unitário R.

O resultado foi publicado em [48].

(ii) Descrevemos automorfismos de Lie da álgebra de incidência $I(X,K)$ de um conjunto parcialmente ordenado finito e conexo X sobre um corpo K. Em particular, mostramos que tais automorfismos em geral não são próprios.

O resultado está no artigo [33] submetido a uma revista.

1.4 Extensões centrais de álgebras não associativas

1.4.1 Histórico

O estudo algébrico de extensões centrais tem uma longa história [4, 41, 42, 45, 78, 81]. Por exemplo, Skjelbred e Sund usaram extensões centrais de álgebras de Lie para uma classificação de álgebras de Lie nilpotentes [78]. Em seguida, o método introduzido por Skjelbred e Sund foi usado para descrever todas as extensões centrais

(i) não Lie de álgebras de Malcev de dimensão 4 [42],

(ii) não associativas de álgebras de Jordan de dimensão 3 [41],

(iii) anti-comutativas de álgebras anti-comutativas de dimensão 3 [7],

(iv) de álgebras de dimensão 2 [8].

O método foi usado também para encontrar todas as álgebras nilpotentes

(i) associativas de dimensão 4 [12],

(ii) bicomutativas de dimensão 4 [54],

(iii) de Novikov de dimensão 4 [44],

(iv) de Jordan de dimensão 5 [40],

(v) de Lie restringidas de dimensão 5 [10],

(vi) de Lie de dimensão 6 [9, 11],

(vii) de Malcev de dimensão 6 [43],

(viii) de Lie binárias de dimensão 6 [1],

(ix) anti-comitativas $\mathfrak{CD}$ de dimensão 6 [1]

(x) Tortkara nilpotentes de dimensão 6 [36]

e algumas outras.

1.4.2 Resultados obtidos

(i) Classificamos geometricamente todas as álgebras de Tortkara nilpotentes de dimensão 6 sobre $\mathbb{C}$.

O resultado foi publicado em [37].

(ii) Classificamos algebricamente e geometricamente as álgebras terminais nilpotentes de dimensão 4. Especificamente, provamos que, a menos de um isomorfismo, há 41 famílias uniparamétricas, 18 famílias biparamétricas, 2 famílias 3-paramétricas, e ainda 21 álgebras não-isomorfas. A variedade geométrica correspondente tem dimensão 17 e decompõe-se em 3 componentes irredutíveis determinadas pelos fechos de Zariski de uma família uniparamétrica, uma família biparamétrica e uma família 3-paramétrica.

O resultado foi publicado em [52].

(iii) Classificamos algebricamente e geometricamente as álgebras anticomutativas nilpotentes de dimensão 6. Mais precisamente, provamos que, a menos de um isomorfismo, há 14 famílias uniparamétricas e ainda 130 álgebras não-isomorfas. A variedade geométrica correspondente é irredutível e determinada pelo fechi de Zariski de uma família uniparamétrica.

O resultado foi publicado em [49].

(iv) Classificamos algebricamente e geometricamente as álgebras $\mathfrak{CD}$ de dimensão 4.

Os resultados foram aceitos para publicação [46, 47].

(v) Classificamos algebricamente todas as álgebras nilpotentes de dimensão 4. A lista final tem 234 (famílias paramétricas) de álgebras, das quais 66 são novas na literatura.

O resultado foi submetido a uma revista [50].

(vi) Classificamos geometricamente as álgebras nilpotentes, nilpotentes comutativas e nilpotentes anticomutativas de dimensão n. Provamos que as variedades geométricas correspondentes são irredutíveis, calculamos as suas dimensões e descrevemos explicitamente as famílias genéricas das álgebras que determinam cada uma dessas variedades. Mostramos algumas aplicações destes resultados no estudo do comprimento de álgebras anticomutativas.

O resultado foi submetido a uma revista [51].

2 Sumário das Atividades Desenvolvidas

2.1 Artigos

2.1.1 Artigos publicados

(i) Kaygorodov, I., Khrypchenko, M., and Popov, Yu. The algebraic and geometric classification of nilpotent terminal algebras. *J. Pure Appl. Algebra 225*, 6 (2021), 106625

(ii) Dokuchaev, M., Khrypchenko, M., and Kudryavtseva, G. Partial actions and proper extensions of two-sided restriction semigroups. *J. Pure Appl. Algebra 225*, 9 (2021), 106649

(iii) Kaygorodov, I., and Khrypchenko, M. Poisson Structures on Finitary Incidence Algebras. *J. Algebra 578* (2021), 402–420

(iv) Gorshkov, I., Kaygorodov, I., and Khrypchenko, M. The geometric classification of nilpotent Tortkara algebras. *Comm. Algebra 48*, 1 (2020), 204–209

(v) Kaygorodov, I., Khrypchenko, M., and Lopes, S. A. The algebraic and geometric classification of nilpotent anticommutative algebras. *J. Pure Appl. Algebra 224*, 8 (2020), 106337

(vi) Dokuchaev, M., Khrypchenko, M., and Makuta, M. The third partial cohomology group and existence of extensions of semilattices of groups by groups. *Forum Mathematicum 32*, 5 (2020), 1297–1313

2.1.2 Artigos aceitos para publicação

(i) Kaygorodov, I., and Khrypchenko, M. The geometric classification of nilpotent $\mathfrak{CD}$-algebras. *To appear in Journal of Algebra and its Applications* (2020)

(ii) Kaygorodov, I., and Khrypchenko, M. The algebraic classification of nilpotent $\mathfrak{CD}$-algebras. *To appear in Linear Multilinear Algebra* (`arXiv:2006.00734`) (2020)

2.1.3 Artigos submetidos

(i) Kaygorodov, I., Khrypchenko, M., and Lopes, S. A. The geometric classification of nilpotent algebras. (`arXiv:2102.10392`) (2021)

(ii) Fornaroli, É. Z., Khrypchenko, M., and Santulo Jr., E. A. Lie Isomorphisms of Incidence Algebras. (`arXiv:2012.06661`) (2020)

(iii) Kaygorodov, I., Khrypchenko, M., and Lopes, S. A. The algebraic classification of nilpotent algebras. (`arXiv:2012.00525`) (2020)

2.2 Pós-doutorado

(i) 01/04/2019 a 17/03/2020, Universidade NOVA de Lisboa (Caparica, Portugal), Supervisor: António Malheiro, Projeto: Semigroups: Conjugacy, Computation, Crystals and Combinatorics.

2.3 Visitas científicas

(i) 27/01/2020 a 31/01/2020: visita para a Universidade de Múrcia (Espanha) para trabalhar junto com o professor Juan Jacobo Simón.

2.4 Participação em eventos científicos

2.4.1 Congressos

(i) 03/02/2020 a 07/02/2020: III International Workshop on Non-Associative Algebras in Málaga (Espanha), palestra: Lie Automorphisms of Incidence Algebras.

(ii) 27/06/2019 a 29/06/2019: Portuguese Workshop on Semigroups (Coimbra, Portugal), palestra: Partial actions and proper extensions of two-sided restriction semigroups.

(iii) 29/04/2019 a 03/05/2019: International Workshop on Non-Associative Algebras in Porto (Portugal), palestra: Nilpotent Tortkara Algebras of Dimension 6.

2.4.2 Seminários

(i) 20/09/2019: Semigroups, Automata and Languages Seminar, Centro de Matemática, Universidade do Porto (Portugal), palestra: Proper morphisms of two-sided restriction semigroups.

(ii) 12/08/2019: Seminário de Matemática, Instituto de Ciência e Tecnologia, Universidade Federal de São Paulo (São José dos Campos, Brazil), palestra: Classification of Finite-dimensional Nilpotent Algebras.

(iii) 12/06/2019: Seminário da Linha de Álgebra e Combinatória, Centro de Matemática, Universidade de Coimbra (Portugal), palestra: Algebraic and Geometric Classification of Nilpotent Tortkara Algebras.

(iv) 06/05/2019: Seminário de Álgebra e Lógica, Departamento de Matemática, Universidade NOVA de Lisboa (Caparica, Portugal), palestra: Globalization of group cohomology in the sense of Alvares-Alves-Redondo.

2.5 Organização de eventos científicos

(i) 03/02/2020 a 07/02/2020: III International Workshop on Non-Associative Algebras, Universidade de Málaga (Espanha), junto com Cristina Draper (UMA), Ivan Kaygorodov (UFABC), Alicia Tocino (UMA) and Yolanda Cabrera Casado (UMA).

Referências

[1] Abdelwahab, H., Calderón, A. J., and Kaygorodov, I. The algebraic and geometric classification of nilpotent binary Lie algebras. *Int. J. Algebra Comput. 29*, 6 (2019), 1113–1129.

[2] Abrams, G., Haefner, J., and del Río, Á. The isomorphism problem for incidence rings. *Pacific J. Math. 187*, 2 (1999), 201–214.

[3] Abrams, G., Haefner, J., and del Río, Á. Corrections and addenda to 'The isomorphism problem for incidence rings'. *Pacific J. Math. 207*, 2 (2002), 497–506.

[4] Adashev, J. K., Camacho, L. M., and Omirov, B. A. Central extensions of null-filiform and naturally graded filiform non-Lie Leibniz algebras. *J. Algebra 479* (2017), 461–486.

[5] Belding, W. R. Incidence rings of pre-ordered sets. *Notre Dame J. Formal Logic 14* (1973), 481–509.

[6] Brusamarello, R., Fornaroli, É. Z., and Khrypchenko, M. Jordan Isomorphisms of the Finitary Incidence Ring of a Partially Ordered Category. *Colloquium Mathematicum 159*, 2 (2020), 285–307.

[7] Calderón, A. J., Fernández Ouaridi, A., and Kaygorodov, I. The classification of n-dimensional anticommutative algebras with $(n-3)$-dimensional annihilator. *Comm. Algebra 47*, 1 (2019), 173–181.

[8] Calderón Martín, A., Fernández Ouaridi, A., and Kaygorodov, I. On the classification of bilinear maps with radical of a fixed codimension. *To appear in Linear Multilinear Algebra* (2020).

[9] Cicalò, S., de Graaf, W. A., and Schneider, C. Six-dimensional nilpotent Lie algebras. *Linear Algebra Appl. 436*, 1 (2012), 163–189.

[10] Darijani, I., and Usefi, H. The classification of 5-dimensional p-nilpotent restricted Lie algebras over perfect fields, I. *J. Algebra 464* (2016), 97–140.

[11] de Graaf, W. A. Classification of 6-dimensional nilpotent Lie algebras over fields of characteristic not 2. *J. Algebra 309*, 2 (2007), 640–653.

[12] De Graaf, W. A. Classification of nilpotent associative algebras of small dimension. *Internat. J. Algebra Comput. 28*, 1 (2018), 133–161.

[13] Dokuchaev, M., and Exel, R. Associativity of crossed products by partial actions, enveloping actions and partial representations. *Trans. Amer. Math. Soc. 357*, 5 (2005), 1931–1952.

[14] Dokuchaev, M., Exel, R., and Simón, J. J. Crossed products by twisted partial actions and graded algebras. *J. Algebra 320*, 8 (2008), 3278–3310.

[15] Dokuchaev, M., Exel, R., and Simón, J. J. Globalization of twisted partial actions. *Trans. Amer. Math. Soc. 362*, 8 (2010), 4137–4160.

[16] Dokuchaev, M., and Khrypchenko, M. Partial cohomology of groups. *J. Algebra 427* (2015), 142–182.

[17] Dokuchaev, M., and Khrypchenko, M. Twisted partial actions and extensions of semilattices of groups by groups. *Int. J. Algebra Comput. 27*, 7 (2017), 887–933.

[18] Dokuchaev, M., and Khrypchenko, M. Partial cohomology of groups and extensions of semilattices of abelian groups. *J. Pure Appl. Algebra 222*, 10 (2018), 2897–2930.

[19] Dokuchaev, M., Khrypchenko, M., and Kudryavtseva, G. Partial actions and proper extensions of two-sided restriction semigroups. *J. Pure Appl. Algebra 225*, 9 (2021), 106649.

[20] Dokuchaev, M., Khrypchenko, M., and Makuta, M. The third partial cohomology group and existence of extensions of semilattices of groups by groups. *Forum Mathematicum 32*, 5 (2020), 1297–1313.

[21] Dokuchaev, M., and Novikov, B. Partial projective representations and partial actions. *J. Pure Appl. Algebra 214*, 3 (2010), 251–268.

[22] Dokuchaev, M., and Novikov, B. Partial projective representations and partial actions II. *J. Pure Appl. Algebra 216*, 2 (2012), 438–455.

[23] Doubilet, P., Rota, G.-C., and Stanley, R. P. On the foundations of combinatorial theory. VI. The idea of generating function. In *Proceedings of the Sixth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, vol. II: Probability theory. Univ. California Press, 1972, pp. 267–318.

[24] Dăscălescu, S., and van Wyk, L. Do isomorphic structural matrix rings have isomorphic graphs? *Proc. Amer. Math. Soc. 124*, 5 (1996), 1385–1391.

[25] Exel, R. Circle actions on C^*-algebras, partial automorphisms and generalized Pimsner-Voiculescu exact sequences. *J. Funct. Anal. 122*, 3 (1994), 361–401.

[26] Exel, R. The Bunce-Deddens algebras as crossed products by partial automorphisms. *Bol. Soc. Brasil. Mat. (N.S.) 25*, 2 (1994), 173–179.

[27] Exel, R. Approximately finite C^*-algebras and partial automorphisms. *Math. Scand. 77*, 2 (1995), 281–288.

[28] Exel, R. Twisted partial actions: a classification of regular C^*-algebraic bundles. *Proc. London Math. Soc. 74*, 3 (1997), 417–443.

[29] Exel, R. Partial actions of groups and actions of inverse semigroups. *Proc. Amer. Math. Soc. 126*, 12 (1998), 3481–3494.

[30] Exel, R. Hecke algebras for protonormal subgroups. *J. Algebra 320*, 5 (2008), 1771–1813.

[31] Exel, R., and Laca, M. Cuntz-Krieger algebras for infinite matrices. *J. reine angew. Math.*, 512 (1999), 119–172.

[32] Exel, R., Laca, M., and Quigg, J. Partial dynamical systems and C^*-algebras generated by partial isometries. *J. Operator Theory 47*, 1 (2002), 169–186.

[33] Fornaroli, É. Z., Khrypchenko, M., and Santulo Jr., E. A. Lie Isomorphisms of Incidence Algebras. (`arXiv:2012.06661`) (2020).

[34] Froelich, J. The isomorphism problem for incidence rings. *Illinois J. Math. 29*, 1 (1985), 142–152.

[35] Gomes, G. M. S., and Gould, V. Proper weakly left ample semigroups. *Internat. J. Algebra Comput. 9*, 6 (1999), 721–739.

[36] Gorshkov, I., Kaygorodov, I., and Khrypchenko, M. The algebraic classification of nilpotent Tortkara algebras. *Comm. Algebra 48*, 8 (2020), 3608–3623.

[37] Gorshkov, I., Kaygorodov, I., and Khrypchenko, M. The geometric classification of nilpotent Tortkara algebras. *Comm. Algebra 48*, 1 (2020), 204–209.

[38] Gould, V., and Hollings, C. Partial actions of inverse and weakly left E-ample semigroups. *J. Aust. Math. Soc. 86* (2009), 355–377.

[39] Haack, J. K. Isomorphisms of incidence rings. *Illinois J. Math. 28*, 4 (1984), 676–683.

[40] Hegazi, A. S., and Abdelwahab, H. Classification of five-dimensional nilpotent Jordan algebras. *Linear Algebra Appl. 494* (2016), 165–218.

[41] Hegazi, A. S., and Abdelwahab, H. The classification of N-dimensional non-associative Jordan algebras with $(N-3)$-dimensional annihilator. *Comm. Algebra 46*, 2 (2018), 629–643.

[42] Hegazi, A. S., Abdelwahab, H., and Calderon Martin, A. J. The classification of n-dimensional non-Lie Malcev algebras with $(n-4)$-dimensional annihilator. *Linear Algebra Appl. 505* (2016), 32–56.

[43] Hegazi, A. S., Abdelwahab, H., and Calderon Martin, A. J. Classification of nilpotent Malcev algebras of small dimensions over arbitrary fields of characteristic not 2. *Algebr. Represent. Theory 21*, 1 (2018), 19–45.

[44] Karimjanov, I., Kaygorodov, I., and Khudoyberdiyev, K. The algebraic and geometric classification of nilpotent Novikov algebras. *J. Geom. Phys. 143* (2019), 11–21.

[45] Karimjanov, I., Kaygorodov, I., and Ladra, M. Central extensions of filiform associative algebras. *Linear Multilinear Algebra 69*, 6 (2021), 1083–1101.

[46] Kaygorodov, I., and Khrypchenko, M. The algebraic classification of nilpotent $\mathfrak{CD}$-algebras. *To appear in Linear Multilinear Algebra* (arXiv:2006.00734) (2020).

[47] Kaygorodov, I., and Khrypchenko, M. The geometric classification of nilpotent $\mathfrak{CD}$-algebras. *To appear in Journal of Algebra and its Applications* (2020).

[48] Kaygorodov, I., and Khrypchenko, M. Poisson Structures on Finitary Incidence Algebras. *J. Algebra 578* (2021), 402–420.

[49] Kaygorodov, I., Khrypchenko, M., and Lopes, S. A. The algebraic and geometric classification of nilpotent anticommutative algebras. *J. Pure Appl. Algebra 224*, 8 (2020), 106337.

[50] Kaygorodov, I., Khrypchenko, M., and Lopes, S. A. The algebraic classification of nilpotent algebras. (`arXiv:2012.00525`) (2020).

[51] Kaygorodov, I., Khrypchenko, M., and Lopes, S. A. The geometric classification of nilpotent algebras. (`arXiv:2102.10392`) (2021).

[52] Kaygorodov, I., Khrypchenko, M., and Popov, Yu. The algebraic and geometric classification of nilpotent terminal algebras. *J. Pure Appl. Algebra 225*, 6 (2021), 106625.

[53] Kaygorodov, I., Khrypchenko, M., and Wei, F. Higher Derivations of Finitary Incidence Algebras. *Algebras and Representation Theory 22*, 6 (2019), 1331–1341.

[54] Kaygorodov, I., Paez-Guillán, P., and Voronin, V. The algebraic and geometric classification of nilpotent bicommutative algebras. *Algebr. Represent. Theory 23* (2020), 2331–2347.

[55] Kellendonk, J., and Lawson, M. V. Partial actions of groups. *Internat. J. Algebra Comput. 14*, 1 (2004), 87–114.

[56] Khripchenko, N. S. Finitary incidence algebras of quasiorders. *Matematychni Studii 34*, 1 (2010), 30–37.

[57] Khripchenko, N. S. Regular elements of finitary incidence rings. *Bulletin of University of Kyiv, Series: Physics & Mathematics*, 3 (2010), 28–30.

[58] Khripchenko, N. S., and Novikov, B. V. Finitary incidence algebras. *Comm. Algebra 37*, 5 (2009), 1670–1676.

[59] Khrypchenko, M. Partial actions and an embedding theorem for inverse semigroups. *Periodica Mathematica Hungarica 78*, 1 (2019), 47–57.

[60] Khrypchenko, M., and Wei, F. Lie-type Derivations of Finitary Incidence Algebras. *Rocky Mountain J. Math. 50*, 1 (2020), 163–175.

[61] Lausch, H. Cohomology of inverse semigroups. *J. Algebra 35* (1975), 273–303.

[62] Lawson, M. V. *Inverse semigroups. The theory of partial symmetries.* World Scientific, Singapore-New Jersey-London-Hong Kong, 1998.

[63] Lawson, M. V., and Margolis, S. W. In McAlister's footsteps: a random ramble around the P-theorem. In *Semigroups and formal languages.* World Sci. Publ., Hackensack, NJ, 2007, pp. 145–163.

[64] Lawson, M. V., Margolis, S. W., and Steinberg, B. Expansions of inverse semigroups. *J. Aust. Math. Soc. 80*, 2 (2006), 205–228.

[65] Leroux, P. The isomorphism problem for incidence algebras of Möbius categories. *Illinois J. Math. 26*, 1 (1982), 52–61.

[66] McAlister, D. B. Groups, semilattices and inverse semigroups II. *Trans. Am. Math. Soc. 196* (1974), 351–370.

[67] McClanahan, K. K-theory for partial crossed products by discrete groups. *J. Funct. Anal. 130*, 1 (1995), 77–117.

[68] Nachev, N. A. On incidence rings. *Moscow Univ. Math. Bull. 32*, 1 (1977), 29–34.

[69] Novikov, B. On multipliers of semigroups (in Russian). *Preprint* (1976), 26 pp.

[70] Novikov, B. On projective representations of semigroups (in Russian). *Dokl. Akad. Nauk. USSR*, 6 (1979), 474–478.

[71] O'Carroll, L. Strongly E-reflexive inverse semigroups. *Proc. Edinburgh Math. Soc. (2) 20* (1977), 339–354.

[72] Parmenter, M. M. Isomorphic incidence algebras of graphs. *Indian J. Math. 35*, 2 (1993), 147–153.

[73] Parmenter, M. M., Schmerl, J. H., and Spiegel, E. Isomorphic incidence algebras. *Adv. Math. 84*, 2 (1990), 226–236.

[74] Quigg, J. C., and Raeburn, I. Characterizations of crossed Products by Partial Actions. *J. Operator Theory 37*, 2 (1997), 311–340.

[75] Ribenboim, P. The algebra of functions on a graph. *Studia Sci. Math. Hungar. 17*, 1–4 (1982), 1–20.

[76] Rota, G.-C. On the foundations of combinatorial theory. I. Theory of Möbius functions. *Z. Wahrscheinlichkeitstheorie und Verw. Gebiete 2*, 4 (1964), 340–368.

[77] Singh, S., and Al-Thukair, F. Weak incidence algebra and maximal ring of quotients. *Int. J. Math. Math. Sci. 2004*, 53 (2004), 2835–2845.

[78] Skjelbred, T., and Sund, T. Sur la classification des algèbres de Lie nilpotentes. *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B 286*, 5 (1978), A241–A242.

[79] Stanley, R. P. Structure of incidence algebras and their automorphism groups. *Bull. Amer. Math. Soc. 76* (1970), 1236–1239.

[80] Voss, E. R. On the isomorphism problem for incidence rings. *Illinois J. Math. 24*, 4 (1980), 624–638.

[81] Zusmanovich, P. Central extensions of current algebras. *Trans. Amer. Math. Soc. 334*, 1 (1992), 143–152.

ELSEVIER

Journal of Pure and Applied Algebra

Volume 225, Issue 6, June 2021, 106625

The algebraic and geometric classification of nilpotent terminal algebras ☆

Ivan Kaygorodov [a], Mykola Khrypchenko [b, c], Yury Popov [d, e]

- [a] CMCC, Universidade Federal do ABC, Av. dos Estados, 5001 - Bangú, Santo André - SP, 09210-580, Brazil
- [b] Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brazil
- [c] Centro de Matemática e Aplicações, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Caparica, Portugal
- [d] IMECC, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brazil
- [e] Saint Petersburg State University, Russia

Received 21 February 2020, Revised 27 September 2020, Available online 10 November 2020.

Communicated by S. Iyengar

ELSEVIER

Journal of Pure and Applied Algebra

Volume 225, Issue 9, September 2021, 106649

Partial actions and proper extensions of two-sided restriction semigroups

Mikhailo Dokuchaev [a], Mykola Khrypchenko [b, c], Ganna Kudryavtseva [d, e]

[a] Insituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, Rua do Matão, 1010, São Paulo, SP, CEP: 05508–090, Brazil

[b] Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Campus Reitor João David Ferreira Lima, Florianópolis, SC, CEP: 88040–900, Brazil

[c] Centro de Matemática e Aplicações, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, 2829-516 Caparica, Portugal

[d] University of Ljubljana, Faculty of Civil and Geodetic Engineering, Jamova cesta 2, SI-1000 Ljubljana, Slovenia

[e] Institute of Mathematics, Physics and Mechanics, Jadranska ulica 19, SI-1000 Ljubljana, Slovenia

Received 26 July 2019, Revised 20 October 2020, Available online 11 December 2020.

Communicated by S. Koenig

Journal of Algebra
Volume 578, 15 July 2021, Pages 402-420

Poisson structures on finitary incidence algebras ☆

Ivan Kaygorodov [a, b], Mykola Khrypchenko [c]

[a] CMCC, Universidade Federal do ABC, Santo André, Brazil
[b] Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan
[c] Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brazil

Received 3 January 2021, Available online 23 March 2021.

Communicated by Nicolás Andruskiewitsch

Communications in Algebra ›
Volume 48, 2020 - Issue 1

Original Articles

The geometric classification of nilpotent Tortkara algebras

Ilya Gorshkov, **Ivan Kaygorodov** & Mykola Khrypchenko

Pages 204-209 | Received 29 May 2019, Accepted 05 Jun 2019, Published online: 05 Jul 2019

Download citation https://doi.org/10.1080/00927872.2019.1635612

Journal of Pure and Applied Algebra
Volume 224, Issue 8, August 2020, 106337

The algebraic and geometric classification of nilpotent anticommutative algebras ☆

Ivan Kaygorodov [a, b], Mykola Khrypchenko [c, d], Samuel A. Lopes [e]

[a] CMCC, Universidade Federal do ABC, Santo André, Brazil
[b] Siberian Federal University, Krasnoyarsk, Russia
[c] Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brazil
[d] Centro de Matemática e Aplicações, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa, Caparica, Portugal
[e] CMUP, Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, Rua do Campo Alegre 687, 4169-007 Porto, Portugal

Received 15 August 2019, Revised 12 December 2019, Available online 11 February 2020.

Communicated by S. Donkin

Forum Math. 2020; 32(5): 1297–1313

Research Article

Mikhailo Dokuchaev, Mykola Khrypchenko* and Mayumi Makuta

The third partial cohomology group and existence of extensions of semilattices of groups by groups

https://doi.org/10.1515/forum-2019-0281
Received October 13, 2019; revised February 11, 2020

Journal of Algebra and Its Applications | Online Ready

No Access

The geometric classification of nilpotent $\mathfrak{CD}$-algebras

Ivan Kaygorodov and Mykola Khrypchenko

https://doi.org/10.1142/S021949882150198X |

< Previous Next >

PDF/EPUB Tools Share

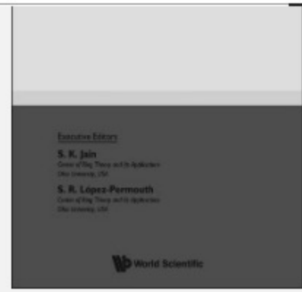
Abstract

We give a geometric classification of complex 4-dimensional nilpotent $\mathfrak{CD}$-algebras. The corresponding geometric variety has dimension 18 and decomposes into 2 irreducible components determined by the Zariski closures of a two-parameter family of algebras and a four-parameter family of algebras. In particular, there are no rigid 4-dimensional complex nilpotent $\mathfrak{CD}$-algebras.

Communicated by A. Facchini

Keywords: Nilpotent algebra · Lie algebra · Jordan algebra · $\mathfrak{CD}$-algebra · geometric classification · degeneration

Figures References Related Details



Online Ready

History

Received 16 May 2020

Accepted 11 June 2020

Published: 7 August 2020

Linear and Multilinear Algebra ›
Latest Articles

Research Article

The algebraic classification of nilpotent $\mathfrak{C}D$-algebras

Ivan Kaygorodov & **Mykola Khrypchenko**

Received 16 Jul 2020, Accepted 21 Nov 2020, Published online: 17 Dec 2020
Download citation https://doi.org/10.1080/03081087.2020.1856030 Check for updates

The geometric classification of nilpotent algebras [1]

Ivan Kaygorodov[a], **Mykola Khrypchenko**[b] **& Samuel A. Lopes**[c]

[a] CMCC, Universidade Federal do ABC, Santo André, Brazil
[b] Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brazil
[c] CMUP, Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, Rua do Campo Alegre 687, 4169-007 Porto, Portugal

E-mail addresses:
Ivan Kaygorodov (kaygorodov.ivan@gmail.com)
Mykola Khrypchenko (nskhripchenko@gmail.com)
Samuel A. Lopes (slopes@fc.up.pt)

Abstract: *We give a geometric classification of n-dimensional nilpotent, commutative nilpotent and anticommutative nilpotent algebras. We prove that the corresponding geometric varieties are irreducible, find their dimensions and describe explicit generic families of algebras which define each of these varieties. We show some applications of these results in the study of the length of anticommutative algebras.*

Keywords: *Nilpotent algebra, commutative algebra, anticommutative algebra, irreducible components, geometric classification, degeneration, length function.*

MSC2010: 17A30, 17D99, 14L30.

Introduction

The geometry of varieties of algebras defined by polynomial identities has been an active area of interest and research since the work of Nijenhuis–Richardson [25] and Gabriel [10] in the 1960's and 1970's. The relationship between geometric features of the variety (such as irreducibility, dimension, smoothness) and the algebraic properties of its points brings novel geometric insight into the structure of the variety, its generic points and degenerations.

Given algebras $\mathcal{A}$ and $\mathcal{B}$ in the same variety, we write $\mathcal{A} \to \mathcal{B}$ and say that $\mathcal{A}$ *degenerates* to $\mathcal{B}$, or that $\mathcal{A}$ is a *deformation* of $\mathcal{B}$, if $\mathcal{B}$ is in the Zariski closure of the orbit of $\mathcal{A}$ (under the base-change action of the general linear group). The study of degenerations of algebras is very rich and closely related to deformation theory, in the sense of Gerstenhaber [11]. Degenerations have also been used to study a level of complexity of an algebra [12, 21]. There are many results concerning

[1]The authors thank Alexander Guterman for some constructive discussions about the length of algebras. The work was partially supported by CNPq 404649/2018-1, 302980/2019-9; RFBR 20-01-00030 and by CMUP, which is financed by national funds through FCT—Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., under the project with reference UIDB/00144/2020.

LIE AUTOMORPHISMS OF INCIDENCE ALGEBRAS

ÉRICA Z. FORNAROLI, MYKOLA KHRYPCHENKO, AND EDNEI A. SANTULO JR.

ABSTRACT. Let X be a finite connected poset and K a field. We give a full description of Lie automorphisms of the incidence algebra $I(X, K)$. In particular, we show that they are in general not proper.

INTRODUCTION

Let A be an associative algebra over a commutative ring R. Then A becomes a Lie algebra under the *commutator* $[a, b] = ab - ba$ of $a, b \in A$. By a *Lie automorphism* of A one means an automorphism of the Lie algebra $(A, [\ ,\ ])$. Clearly, an automorphism φ of A and the negative $-\psi$ of an anti-automorphism ψ of A are Lie automorphisms of A. Moreover, if ν is a linear central-valued map on A such that $\nu([A, A]) = \{0\}$ and ϕ is either φ or $-\psi$ as above, then $\phi + \nu$ is a Lie endomorphism of A, which, under certain assumptions on ν, becomes bijective. We will call such Lie automorphisms *proper*. Hua [8] proved that each Lie automorphism of the full matrix ring $M_n(R)$, $n > 2$, over a division ring R, $\mathrm{char}(R) \notin \{2, 3\}$, is proper. Martindale extended this result to Lie isomorphisms between primitive rings [12], simple rings [14] and, yet more generally, between prime rings [13]. Đoković [7] described the group of Lie automorphisms of the upper triangular matrix algebra $T_n(R)$, where R is a commutative unital ring with trivial idempotents. It follows from his description that each Lie automorphisms of $T_n(R)$ is proper (see Corollary 5.20). Cao [5] generalized the result by Đoković to the case of commutative rings without any restriction on idempotents. A similar result has also been independently proved by Marcoux and Sourour [11]. Cecil [6] showed that Lie isomorphisms between block-triangular matrix algebras over a UFD are proper.

The incidence algebra $I(X, R)$ of a locally finite poset X over a commutative unital ring R is a natural generalization of $T_n(R)$. Jordan and Lie maps on $I(X, R)$ (and even on more general algebras) have been actively studied during the last 5 years (see [18, 16, 10, 17, 1, 2, 3]). Usually, all Lie-type maps on $I(X, R)$ are proper. This is no longer the case for Lie automorphisms of $I(X, K)$, where K is a field and X is finite and connected, as we show in this paper. In Section 1 we recall basic definitions about posets and their incidence algebras. In Sections 2 and 3 we prove several facts on the structure of $(I(X, K), [\ ,\ ])$ which will be used throughout the work. In Section 4 we reduce the description of all Lie automorphisms of $I(X, K)$ to the description of those which we call *elementary* (see Theorem 4.12). Section 5 is the main part of the paper. We describe elementary Lie automorphisms of $I(X, K)$ in terms of triples (θ, σ, c), where θ is a bijection on the set of ordered pairs $x < y$, $x, y \in X$, monotone on maximal chains in X and satisfying certain combinatorial condition which involves cycles in X, σ is a "1-cocycle-looking" map related to θ and c is a sequence of $|X|$ elements of K such that $\sum c_i \neq 0$ (see Theorem 5.19).

2010 *Mathematics Subject Classification.* Primary: 16S50, 17B60, 17B40; secondary: 16W10.

The algebraic classification of nilpotent algebras [1]

Ivan Kaygorodov[a], **Mykola Khrypchenko**[b] **& Samuel A. Lopes**[c]

[a] CMCC, Universidade Federal do ABC, Santo André, Brazil
[b] Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brazil
[c] CMUP, Faculdade de Ciências, Universidade do Porto, Rua do Campo Alegre 687, 4169-007 Porto, Portugal

E-mail addresses:
Ivan Kaygorodov (kaygorodov.ivan@gmail.com)
Mykola Khrypchenko (nskhripchenko@gmail.com)
Samuel A. Lopes (slopes@fc.up.pt)

Abstract: *We give the complete algebraic classification of all complex* 4*-dimensional nilpotent algebras. The final list has* 234 *(parametric families of) isomorphism classes of algebras,* 66 *of which are new in the literature.*

Keywords: *Nilpotent algebra, algebraic classification, central extension.*

MSC2010: 17A30, 17A01, 17D99.

Introduction

The description, up to isomorphism, of all the algebras of some fixed dimension satisfying certain properties (the so-called algebraic classification) is a classical problem in algebra. There are many papers devoted to algebraic classification of small-dimensional algebras in several varieties of associative and non-associative algebras [1–8, 11–16, 18, 19]. Another interesting direction in the classification of algebras is the geometric classification (see, [11, 16, 18] and references therein). Restricting our consideration to subvarieties of complex nilpotent 4-dimensional algebras, we mention here the results on associative [7], commutative [11], bicommutative [18], Leibniz [8], terminal [16] and $\mathfrak{CD}$-algebras [14]. In the present paper, we complete the algebraic classification of allcomplex 4-dimensional nilpotent algebras. Namely, we find 66 new algebras and parametric families of algebras completing the list of 4-dimensional nilpotent algebras initiated in the above mentioned works.

Our approach is based on the calculation of central extensions of nilpotent algebras of dimension less than 4. This method was developed by Skjelbred and Sund for Lie algebras in [20] and has been an important tool for years (see, for example, [13, 17, 20] and references therein).

[1]The work was partially supported by CNPq 404649/2018-1, 302980/2019-9; RFBR 20-01-00030; by the Fundação para a Ciência e a Tecnologia (Portuguese Foundation for Science and Technology) through the project PTDC/MAT-PUR/31174/2017; by CMUP, which is financed by national funds through FCT—Fundação para a Ciência e a Tecnologia, I.P., under the project with reference UIDB/00144/2020.

António Malheiro
Centro de Matemática e Aplicações
Universidade Nova de Lisboa
Quinta da Torre
2829-516 Caparica
Portugal

CERTIFICATE

I confirm that Professor Mykola Khrypchenko (Universidade Federal de Santa Catarina) was a postdoctoral researcher at the Centre for Mathematics and Applications, hosted by the Departamento de Matemática of Faculdade de Ciências e Tecnologia of Universidade Nova de Lisboa from 01/04/2019 to 17/03/2020 conducting research in algebra within the project SemiComb - "Semigroups: Conjugacy, Computation, Crystals and Combinatorics" with reference PTDC/MAT-PUR/31174/2017.

Campus de Caparica, March 17, 2020

António José Malheiro

António José Malheiro
Scientific Coordinator of CMA/FCT/UNL
and of Project SemiComb

UNIVERSIDAD DE
MURCIA

CIF: Q-3018001-B
Departamento de Matemáticas
Campus de Espinardo.
Espinardo, January 31, 2020

To whom it may concern:

This is to certificate that Professor Mykola Khrypchenko visited Departmento de Matemáticas de la Universidad de Murcia, for the period from 27/01/2020 till 31/01/2020 to develop a research project in algebra.

Dr. Juan Jacobo Simón Pinero

Catedrático de Universidad
Departamento de Matemáticas
Universidad de Murcia

Avda. Teniente Flomesta, 5. Edif. Convalecencia. 30003 Murcia
T. 868 88 4169 — www.um.es

III International Workshop
on Non-Associative Algebras
03 – 07 February, 2020, Málaga
Universidad de Málaga, Spain

Certificate

The Organizing Committee certifies that

Mykola Khrypchenko from the Universidade NOVA de Lisboa

participated the *III International Workshop on Non-Associative Algebras*, held in Málaga, 03 – 07 February, 2020, and presented the following talk

LIE AUTOMORPHISMS OF INCIDENCE ALGEBRAS

Málaga, February 07, 2020

The Organizing Committee

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

ESCUELA DE INGENIERÍAS INDUSTRIALES

Portuguese Workshop on Semigroups

Coimbra, 2019

This letter is to confirm that ***Mykola Khrypchenko***, *Universidade Federal de Santa Catarina and Universidade Nova de Lisboa*, attended the

Portuguese Workshop on Semigroups

held at the Department of Mathematics of the University of Coimbra, Portugal, from June 27 to June 29, 2019, having presented a contributed talk entitled "*Partial actions and proper extensions of two-sided restriction semigroups*".

Coimbra, June 29, 2019

Alfredo Costa

Alfredo Costa
(On behalf of the organizing committee)

II International Workshop
on Non-Associative Algebras
29 April – 3 May 2019, Porto
Department of Mathematics
FCUP, Portugal

Certificate

The Organizing Committee certifies that

Mykola Khrypchenko from the Universidade Federal de Santa Catarina

participated in the *II International Workshop on Non-Associative Algebras*, held in Porto, 29 April – 3 May 2019, and presented the following talk

NILPOTENT TORTKARA ALGEBRAS OF DIMENSION 6.

Porto, May 3 2019

Paulo Saraiva

The Organizing Committee

CENTRO DE MATEMÁTICA UNIVERSIDADE DO PORTO

FCT Fundação para a Ciência e a Tecnologia

cmuc Centre for Mathematics University of Coimbra

U. PORTO FACULDADE DE CIÊNCIAS UNIVERSIDADE DO PORTO

Centro de **Matemática**
Universidade do Porto

I certify that Mykola Khrypchenko delivered the invited talk

Proper morphisms of two-sided restriction semigroups

at the *Semigroups, Automata and Languages Seminar* of the CMUP, the Centre of Mathematics of the University of Porto, also published on CMUP's webpage at `https://www.cmup.pt/events/proper-morphisms-two-sided-restriction-semigroups`, on Friday September 20, 2019, at 14:30 in room 029 of the Mathematics Department of the Faculty of Sciences of the University of Porto (FCUP).

September 20, 2019

The Vice-Director of CMUP

CENTRO DE MATEMÁTICA DA UNIVERSIDADE DO PORTO FACULDADE DE CIÊNCIAS CMUP

Samuel António de Sousa Dias Lopes

(Samuel António de Sousa Dias Lopes)

COMPETE QUADRO DE REFERÊNCIA ESTRATÉGICO NACIONAL UNIÃO EUROPEIA Fundo Europeu de Desenvolvimento Regional FCT Fundação para a Ciência e a Tecnologia

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
Campus São José dos Campos
Programa de Pós-Graduação em Matemática Pura e Aplicada

São José dos Campos, 12 de agosto de 2019.

DECLARAÇÃO

Declaro para os devidos fins que o Prof. Dr. **Mykola Khrypchenko** participou dos Seminários de Matemática do Instituto de Ciência e Tecnologia da Universidade Federal de São Paulo, campus de São José dos Campos, ministrando a palestra "Classification of Finite-dimensional Nilpotent Algebras" no dia 12 de agosto de 2019.

Thiago Castilho de Mello

Prof. Dr. Thiago Castilho de Mello
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Matemática Pura e Aplicada
Universidade Federal de São Paulo

cmuc Centro de Matemática – Universidade de Coimbra | Centre for Mathematics – University of Coimbra
Apartado 3008, 3001-454 Coimbra, Portugal | T: +351 239 791 150 | F: +351 239 832 568 | cmuc@mat.uc.pt | www.mat.uc.pt/~cmuc

TO WHOM IT MAY CONCERN

I hereby certify that Mykola Khrypchenko gave a seminar at the Centre for Mathematics of the University of Coimbra (CMUC), Portugal, on June 12, 2019, entitled "Algebraic and geometric classification of nilpotent Tortkara algebras".

Coimbra, June 12, 2019

Maria Elisabete Félix Barreiro

CMUC
Centro de Matemática
Universidade de Coimbra

Dr. Maria Elisabete Félix Barreiro

Algebra and Combinatorics Seminar Organizer - CMUC

FACULDADE DE
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

Departamento de Matemática

Lisboa, 4 de março de 2020

Confirmo que o Mykola Khrypchenko deu um seminário intitulado "Globalization of group cohomology in the sense of Alvares-Alves-Redondo" no dia 6 de maio de 2019, no Seminário de Álgebra e Lógica do Centro de Matemática e Aplicações, Universidade Nova de Lisboa.

Com os melhores cumprimentos,

Alan J. Cain

Alan James Cain
Organizador do Seminário de Álgebra e Lógica

Campus da Caparica
2829-516 CAPARICA

Tel.: +351 21 294 8388
Fax: +351 21 294 8391
sec-dmat@fct.unl.pt

www.fct.unl.pt

Scientific Committee:

- Cristina Draper (University of Málaga)
- Ivan Kaygorodov (Federal University of ABC)

Organizing Committee:

- Cristina Draper (University of Málaga)
- Ivan Kaygorodov (Federal University of ABC)
- Mykola Khrypchenko (Federal University of Santa Catarina)
- Alicia Tocino (University of Málaga)
- Yolanda Cabrera Casado (University of Málaga)

PROCESSO Nº 201904405

Encaminhe-se à Câmara de Pesquisa, para manifestação.
Em, 06/04/2021

GOV.BR
Documento assinado digitalmente
Mykola Khrypchenko
Data: 27/07/2021 21:40:56-0300
CPF: 235.607.588-74
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Assinatura Proponente

Aprovado na reunião da Câmara de Pesquisa do dia 30 de abril de 2021 (ata 250).

ICP-Edu
Documento assinado digitalmente
Cleverson Roberto da Luz
Data: 27/07/2021 19:18:11-0300
CPF: 029.967.469-02
Verifique as assinaturas em https://v.ufsc.br

Assinatura Coordenador de Pesquisa
Departamento de Matemática – UFSC