



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

SUMÁRIO

Requerente(s): **Prof. Paulinho Demeneghi**

Título do Projeto: **Estudo sobre a Estrutura de Ideais em Álgebras de Steinberg**

Assunto: **Relatório Final de Projeto de Pesquisa.**



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

SÍNTESE DO PROJETO DE PESQUISA

Situação: Relatório Final em aprovação

Número: 201903628

1. Título:

Estudo sobre a Estrutura de Ideais em Álgebras de Steinberg

2. Resumo:

Neste projeto estamos interessados em dar continuidade aos estudos sobre a estrutura de ideais em álgebras de Steinberg sobre corpos. Álgebras de Steinberg são álgebras associadas à grupoides amplos e tem sido muito estudadas nos últimos 10 anos, já que elas estão intimamente ligadas às C^* -álgebras associadas à grupoides. Aliás, as álgebras de Steinberg podem ser entendidas como um viés algébrico das C^* -álgebras de grupoides.

Embora muito se tenha avançado no estudo de álgebras de Steinberg, há ainda muito para se entender sobre a estrutura de ideais para essas álgebras, como, por exemplo, que condições no grupoide G garantem a simplicidade da álgebra de Steinberg $AK(G)$ associada. Este será o principal foco desse projeto, mas também estamos interessados em entender melhor a relação entre a estrutura de ideais na álgebra de Steinberg $AC(G)$ e na C^* -álgebra reduzida $C^*r(G)$ associadas a um mesmo grupoide amplo G , entender se a simplicidade de $AC(G)$ é suficiente para garantir a simplicidade de $C^*r(G)$ e ainda responder a pergunta: todo ideal primitivo em $AK(G)$ é induzido por um ideal primitivo na álgebra de algum grupo de isotropia?

Os pontos listados acima estão intimamente ligados à conjectura de Effros-Hahn. Na sua forma original, a conjectura afirma que todo ideal primitivo no produto cruzado de uma C^* -álgebra comutativa por um grupo localmente compacto é induzido por um ideal primitivo na C^* -álgebra associada à algum grupo de isotropia. No nosso "pre-print", obtivemos uma versão da conjectura de Effros-Hahn para as álgebras de Steinberg. Nossa versão mostra que todo ideal em uma álgebra de Steinberg pode ser obtido como uma intersecção de ideais induzidos por ideais em álgebras de grupos de isotropia.

É importante ressaltar que a conjectura de Effros-Hahn tem motivado muitos trabalhos relacionados ao estudo de ideais em produtos cruzados há aproximadamente 50 anos. Sauvageot provou uma versão da conjectura para o caso de grupos discretos mediáveis e, desde então, a conjectura tem sido tratada em vários outros contextos. Gootman e Rosenberg provaram uma versão para grupos localmente compactos agindo em C^* -álgebras não necessariamente comutativas. Renault também introduziu uma versão da conjectura de Effros-Hahn no contexto de C^* -álgebras associadas a grupoides. Além disso, os resultados de Renault foram refinados por Ionescu e Williams.

Existem muitos outros trabalhos ao longo desses 50 anos que foram motivados pela conjectura de Effros-Hahn. Mas, por entender que os trabalhos citados já enfatizam suficientemente a importância da conjectura, citaremos apenas mais dois que são, fundamentalmente, os trabalhos que motivaram nosso estudo. No primeiro, Dokuchaev e Exel introduziram uma versão da conjectura em um contexto totalmente diferente: o produto cruzado algébrico $Lc(X) \rtimes G$, em que G é um grupo discreto agindo parcialmente em um espaço topológico localmente compacto, totalmente desconexo e Hausdorff. No segundo, Steinberg introduziu o que conhecemos hoje por álgebras de Steinberg e que podem ser consideradas como um viés algébrico das C^* -álgebras de grupoides introduzidas por Renault, como dito anteriormente. Importante ressaltar que as álgebras de Steinberg foram independentemente introduzidas por Lisa Clark.

Palavras-chave:

Estudo sobre a Estrutura de Ideais em Álgebras de Steinberg, estrutura de ideais;

3. Coordenador:

Nome: Paulinho Demeneghi

Departamento: MTM/CFM - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA / MTM/CFM

Tipo: Professor

Regime de Trabalho: DE



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

SÍNTESE DO PROJETO DE PESQUISA

Situação: Relatório Final em aprovação

Número: 201903628

Valor Mensal: Sem remuneração
Forma de Remuneração: Sem bolsa
Carga Horária Semanal: 20.00h

4. Entidades Participantes:

Financiadores:

Valor Total: R\$ 0,00

Fundações:

Tipo de Instrumento Contratual: Não será celebrado instrumento jurídico com a UFSC.

5. Período:

Previsão de Início: 25/02/2019

Início Efetivo: 25/02/2019

Duração: 795 Dias

Término: 30/04/2021

Aprovação: 08/04/2019

6. Área do Projeto:

Grande Área do Conhecimento: CIENCIAS EXATAS E DA TERRA

Área do Conhecimento: MATEMATICA

Subárea do conhecimento:ANALISE

Grupo de Pesquisa:

7. Comitê de Ética:

Não se aplica;



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

SÍNTESE DO PROJETO DE PESQUISA

Situação: Relatório Final em aprovação

Número: 201903628

8. Equipe do Projeto:

CPF / Nome	Tipo	Período	Depto/Curso	Valor Mensal / Valor Total	Teto Excedid	Carga Hora. Semanal	Paad	Situação
Paulinho Demeneghi 012.173.280-09	Professor Coordenador	25/02/2019 à 30/04/2021	MTM/CFM - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA / MTM/CFM	R\$ 0,00 / R\$ 0,00		20.00h	Sim	Aprovado

Número total de participantes na equipe do projeto: 1

0 externos à UFSC (0,00%)

1 vinculados à UFSC (100,00%)



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

SÍNTESE DO PROJETO DE PESQUISA

Situação: Relatório Final em aprovação

Número: 201903628

9. Financiamento:

Não se aplica.

10. Propriedade Intelectual:

Não se aplica.

11. Relatório Final:

Data efetiva de término: 30/04/2021

Tipo		Descrição
Produção bibliográfica	Artigos em periódicos internacional	Paulinho Demeneghi,

Receita total (inclui rendimento): R\$ 0,00

Despesa realizada: R\$ 0,00

Saldo: R\$ 0,00

Embora o artigo supracitado não forneça todas as respostas desejadas, ele representa um notável avanço na direção previamente quista. Foi obtida, para álgebras de Steinberg, uma ferramenta de indução de ideais a partir de grupos de isotropia e foi provado que todo ideal em uma álgebra de Steinberg é intersecção de ideais induzidos dessa forma, avançando no estudo do espectro primitivo dessas álgebras. Resultados contidos nesse trabalho motivaram um estudo posterior de Steinberg que provou que todo ideal primitivo de uma álgebra Steinberg é o núcleo de uma representação induzida (não necessariamente irredutível) por um grupo de isotropia, dando um passo ainda maior na direção desejada.

Também, nossos resultados foram refinados por Steinberg e utilizados por ele e Nóra Szakács para dar uma caracterização de simplicidade para álgebras de Steinberg (inclusive para álgebras associadas a grupoides não-Hausdorff) através de condições no grupoide (minimalidade e efetividade) e uma pequena condição na álgebra em si. Embora a caracterização obtida ainda dependa de condições na álgebra, este é um grande avanço na questão da simplicidade.

12. Movimentações:

Data	Responsável	Ação	Notificados	Comentários
27/03/2019 - 21:27h	Paulinho Demeneghi	Criou o projeto		
27/03/2019 - 21:27h	Paulinho Demeneghi	Enviou o projeto para aprovação	Cleverson Roberto da Luz	
28/03/2019 - 10:57h	Paulinho Demeneghi	Solicitou alterações	Paulinho Demeneghi	Ajustar datas
28/03/2019 - 10:57h	Paulinho Demeneghi	Reenviou o projeto para aprovação	Paulinho Demeneghi, Cleverson Roberto da Luz	Datas ajustadas
28/03/2019 - 11:17h	Paulinho Demeneghi	Reenviou o projeto para aprovação	Paulinho Demeneghi, Cleverson Roberto da Luz	Problema corrigido
28/03/2019 - 11:17h	Paulinho Demeneghi	Solicitou alterações	Paulinho Demeneghi	Anexo com problema
28/03/2019 - 17:01h	Cleverson Roberto da Luz	Aprovou o projeto	Aldrovando Luis Azeredo Araujo	Aprovado Ad-referendum
08/04/2019 - 15:35h	Aldrovando Luis Azeredo Araujo	Aprovou o projeto	Paulinho Demeneghi	
09/04/2019 - 11:08h	Paulinho Demeneghi	Informou o início efetivo		



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

SÍNTESE DO PROJETO DE PESQUISA

Situação: Relatório Final em aprovação

Número: 201903628

Data	Responsável	Ação	Notificados	Comentários
31/03/2021 - 06:00h		Prazo do projeto de pesquisa quase encerrado	Paulinho Demeneghi, formulariopesquisa@contato.ufsc.br	
30/04/2021 - 11:08h	Paulinho Demeneghi	Enviou relatório final para aprovação	Cleverson Roberto da Luz	Cleverson, agora consegui por o anexo do relatório final!

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PROJETO DE PESQUISA

Estudo sobre a Estrutura de Ideais em Álgebras de Steinberg

Proponente: Paulinho Demeneghi

e-mail: paulinho.demeneghi@ufsc.br

Número de Horas Semanais: Vinte horas

Período do Projeto: 25/02/2019 - 30/04/2021

Palavras-chave: Semigrupos inversos, ações amplas, produto cruzado algébrico, álgebra de Steinberg, conjectura de Effros-Hahn, estrutura de ideais.

Sumário

1. RESULTADOS
2. COMPROVANTES
3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Resultados

Os objetivos desse projeto de pesquisa centravam-se na estrutura de ideais de álgebras de Steinberg. Era desejado avançar em questões relacionadas à simplicidade e ao espectro primitivo de álgebras de Steinberg. Nesse sentido, resultados previamente obtidos foram refinados pelo autor e publicados na renomada revista *Advances in Mathematics* de *Impact Factor* 1.494 e *Cite Score* 2.7:

Paulinho Demeneghi, The ideal structure of Steinberg algebras, *Advances in Mathematics*, Volume 352, 2019, Pages 777-835, ISSN 0001-8708,
<https://doi.org/10.1016/j.aim.2019.06.024>.
(<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S000187081930307X>)

Certificados

 View PDF:Access through **your institution**

Purchase PDF

Advances in Mathematics

Volume 352, 20 August 2019, Pages 777-835

The ideal structure of Steinberg algebras

Paulinho Demeneghi Show more  Outline |  Share  Cite<https://doi.org/10.1016/j.aim.2019.06.024>

Get rights and content

Abstract

Given an ample action of an inverse semigroup on a locally compact and Hausdorff topological space, we study the ideal structure of the crossed product algebra associated with it. By developing a theory of induced ideals, we manage to prove that every ideal in the crossed product algebra may be obtained as the intersection of ideals induced from isotropy group algebras. This can be interpreted as an algebraic version of the Effros-Hahn conjecture. Finally, as an application of our result, we study the ideal structure of a Steinberg algebra associated with an ample groupoid by interpreting it as an inverse semigroup crossed product algebra.

 PreviousNext 

Keywords

Inverse semigroup; Ample action; Crossed product algebra; Steinberg algebra; Effros-Hahn conjecture

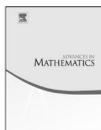
FEEDBACK 



Contents lists available at ScienceDirect

Advances in Mathematics

www.elsevier.com/locate/aim



The ideal structure of Steinberg algebras



Paulinho Demeneghi

*Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, 88010-970
Florianópolis, SC, Brazil*

ARTICLE INFO

Article history:
Received 12 March 2019
Received in revised form 12 June 2019
Accepted 14 June 2019
Available online 26 June 2019
Communicated by the Managing Editors

Keywords:
Inverse semigroup
Ample action
Crossed product algebra
Steinberg algebra
Effros-Hahn conjecture

ABSTRACT

Given an ample action of an inverse semigroup on a locally compact and Hausdorff topological space, we study the ideal structure of the crossed product algebra associated with it. By developing a theory of induced ideals, we manage to prove that every ideal in the crossed product algebra may be obtained as the intersection of ideals induced from isotropy group algebras. This can be interpreted as an algebraic version of the Effros-Hahn conjecture. Finally, as an application of our result, we study the ideal structure of a Steinberg algebra associated with an ample groupoid by interpreting it as an inverse semigroup crossed product algebra.

© 2019 Elsevier Inc. All rights reserved.

1. Introduction

There is a celebrated conjecture which has motivated most of the works in the study of ideals in crossed product C^* -algebras since about fifty years ago, namely the Effros-Hahn conjecture [5]. The original conjecture states that every primitive ideal in the crossed product of a commutative C^* -algebra by a locally compact group should be induced from a primitive ideal in the C^* -algebra of some isotropy group.

E-mail address: paulinho.demeneghi@ufsc.br.

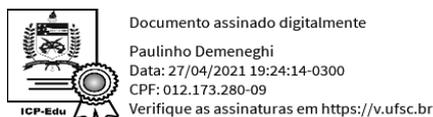
<https://doi.org/10.1016/j.aim.2019.06.024>
0001-8708/© 2019 Elsevier Inc. All rights reserved.

Considerações Finais

Embora o artigo supracitado não forneça todas as respostas desejadas, ele representa um notável avanço na direção previamente quista. Foi obtida, para álgebras de Steinberg, uma ferramenta de indução de ideais a partir de grupos de isotropia e foi provado que todo ideal em uma álgebra de Steinberg é intersecção de ideais induzidos dessa forma, avançando no estudo do espectro primitivo dessas álgebras. Resultados contidos nesse trabalho motivaram um estudo posterior de Steinberg que provou que todo ideal primitivo de uma álgebra Steinberg é o núcleo de uma representação induzida (não necessariamente irredutível) por um grupo de isotropia, dando um passo ainda maior na direção desejada.

Também, nossos resultados foram refinados por Steinberg e utilizados por ele e Nóra Szakács para dar uma caracterização de simplicidade para álgebras de Steinberg (inclusive para álgebras associadas a grupoides não-Hausdorff) através de condições no grupoide (minimalidade e efetividade) e uma pequena condição na álgebra em si. Embora a caracterização obtida ainda dependa de condições na álgebra, este é um grande avanço na questão da simplicidade.

Florianópolis, 27 de abril de 2021.



Paulinho Demeneghi

