

A Esponja de Menger

A esponja de Menger é um dos fractais mais interessantes, devido a um incrível paradoxo que ela possui: o de ser um objeto geométrico com volume zero e área infinita. É um objeto geométrico com dimensão fracionária, inventada pelo austríaco Karl Menger (1902-1985).

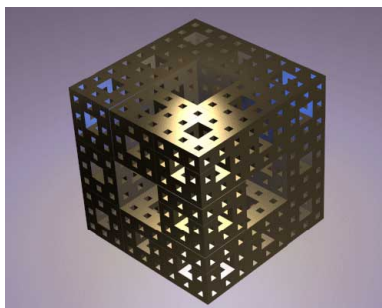


Figura 1: Esponja de Menger

A dimensão da esponja de Menger é $\log_3 20 = 2,72\dots$, enquanto objetos como quadrado e cubo tem dimensão 2 e 3 respectivamente. Para construir uma esponja de Menger, utiliza-se um cubo, dividindo-o em 27 cubinhos de arestas de $\frac{1}{3}$ do tamanho das arestas originais, retirando a peça central do cubo e cada um dos 6 centrais de cada uma das faces. Em seguida repete-se este processo para cada um dos cubos restantes infinitamente.

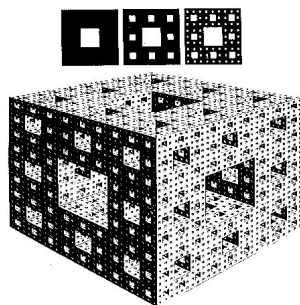


Figura 2: Etapas do Processo de Construção da Esponja de Menger

A parte interessante da esponja de Menger é: quanto mais vai retirando-se cubos perde-se volume, porém ganha-se área devido ao fato de aumentarem os números de túneis. Matematicamente falando, temos:

- Considere um cubo de aresta inicial \mathbf{z} e com area total de $6\mathbf{z}^2$ e volume total \mathbf{z}^3 . Depois da primeira retirada de cubos a área da esponja é $72(\frac{\mathbf{z}}{3})^2 = 8\mathbf{z}^2$ e seu volume é de $20(\frac{\mathbf{z}}{3})^3 = \frac{20}{27}\mathbf{z}^3$.
- Verifica-se que houve redução do volume e aumento da área. Continuando sucessivamente teremos que a área tende ao infinito e o volume a zero.

Assim a paradoxal esponja de Menger é um objeto geométrico que tem volume zero e área infinita!

Bibliografia:

- Matemática - Contexto & Aplicações - Autor: Dante, Luiz Roberto. Ensino Médio 3. Editora Ática.
- <http://vida-continua.blogspot.com/2007/05/esponja-de-menger.html>
- <http://mathworld.wolfram.com/MengerSponge.html>
- <http://astronomy.swin.edu.au/~pbourke/fractals/gasket/>