



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

SUMÁRIO

Requerente(s): **Prof. Danilo Royer**

Título do Projeto: **Representações em álgebras de ultragrafos**

Assunto: **Relatório Final de Projeto de Pesquisa.**



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

SÍNTESE DO PROJETO DE PESQUISA

Situação: Ativo

Número: 201804838

1. Título:

Representações em álgebras de ultragrafos

2. Resumo:

As álgebras de grafos foram muito estudadas, tanto na versão algébrica, quanto na versão C^* -algébrica. Estas álgebras e C^* -álgebras são definidas como objetos universais com geradores e relações. Para o melhor entendimento de objetos deste natureza, é importante o conhecimento de representações. No artigo [1] introduzimos uma classe de representações das C^* -álgebras de grafos, a partir de um objeto que chamamos de E-Branching System. Alguns desdobramentos destas ideias iniciais foram obtidos em [2], [3] e [4].

Em [5] foi introduzida uma nova classe de C^* -álgebras, as C^* -álgebras de ultragrafos. Um ultragrafo é uma generalização de um grafo, de forma que as C^* -álgebras de grafos são exemplos de C^* -álgebras de ultragrafos.

No artigo [6] definimos o que vem a ser um G branching system de um ultragrafo G. Vários resultados, no sentido dos resultados obtidos nos artigos citados acima, foram obtidos para C^* -álgebras de ultragrafos.

Recentemente foi apresentada no artigo [7] a versão algébrica da C^* -álgebra de ultragrafos, a assim chamada Álgebra de Leavitt para Ultragrafos.

O objetivo nosso é estudar representações destas últimas álgebras, induzidas por Branching Systems. Esperamos obter resultados com teores parecidos com os obtidos nos artigos que desenvolvemos anteriormente.

O objetivo é prosseguir as investigações sobre os Branching Systems, agora aplicados para Álgebras de Leavitt para ultragrafos. Sendo que não existe literatura sobre o tema em questão, julgamos que um estudo das representações que pretendemos desenvolver auxiliará bastante no entendimento destas Álgebras. Esperamos obter resultados no sentido dos resultados que obtivemos nos artigos [1], [2], [3] e [6]. Pelos resultados obtidos nestes artigos (e também em outros artigos relacionados a este tema, como [4] e [8]), acreditamos que o projeto seja viável, e que vários resultados sobre a família de representações que pretendemos estudar podem ser obtidos.

Referências

- [1] D. Gonçalves and D. Royer. Graph C^* -algebras, branching systems and the Perron-Frobenius operator. Journal of Mathematical Analysis and Applications, v. 391, p. 457-465, 2012.
- [2] D. Gonçalves and D. Royer, Unitary equivalence of representations of graph algebras and branching systems. Functional Analysis and its Applications, v. 45, p. 117-127, 2011
- [3] D. Gonçalves and D. Royer Branching Systems and Representations of Cohn-Leavitt path algebras of separated graphs. J. of Algebra, 422 (2015), 413-426.
- [4] D. Royer, D. Gonçalves and H. Li. Faithful representations of graph algebras via branching systems Canad. Math. Bull. 59 (1), pp 95-103.
- [5] M. Tomforde. A unified Approach to Exel-Iaca Algebras and C^* -algebras associated to graphs, J. Operator Theory, 50 (2003), 345-368.
- [6] D. Gonçalves, H. Li and D. Royer. Branching systems and general Cuntz-Krieger uniqueness theorem for ultragraph C^* -álgebras. International Journal of Mathematics, 34 (10), 2016.



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

SÍNTESE DO PROJETO DE PESQUISA

Situação: Ativo

Número: 201804838

[7] M. Imanfar, A. Pourabras and H. Larki. The Leavitt Path Algebras of Ultragraphs, arxiv.

[8] D. Gonçalves and D. Royer. Leavitt Path Algebras as Partial Skew Group Rings. Communications in Algebra, 42 (2014), pp. 3578-3592.

Palavras-chave:

álgebras de ultragrafos, representações;

3. Coordenador:

Nome: Danilo Royer

Departamento: MTM/CFM - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA / MTM/CFM

Tipo: Professor

Regime de Trabalho: DE

Valor Mensal: Sem remuneração

Forma de Remuneração: Sem bolsa

Carga Horária Semanal: 20.00h

4. Entidades Participantes:

Financiadores:

Valor Total: R\$ 0,00

Fundações:

Tipo de Instrumento Contratual: Não será celebrado instrumento jurídico com a UFSC.

5. Período:

Previsão de Início: 01/05/2018

Início Efetivo: 01/05/2018

Duração: 36 Meses

Término: 01/05/2021

Aprovação: 07/05/2018

6. Área do Projeto:

Grupo de Pesquisa:

7. Comitê de Ética:

Não se aplica;



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

SÍNTESE DO PROJETO DE PESQUISA

Situação: Ativo

Número: 201804838

8. Equipe do Projeto:

CPF / Nome	Tipo	Período	Depto/Curso	Valor Mensal / Valor Total	Teto Excedid	Carga Hora. Semanal	Paad	Situação
Danilo Royer 017.167.049-36	Professor Coordenador	01/05/2018 à 01/05/2021	MTM/CFM - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA / MTM/CFM	R\$ 0,00 / R\$ 0,00		20.00h	Sim	Aprovado

Número total de participantes na equipe do projeto: 1

0 externos à UFSC (0,00%)

1 vinculados à UFSC (100,00%)



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

SÍNTESE DO PROJETO DE PESQUISA

Situação: Ativo

Número: 201804838

9. Financiamento:

Não se aplica.

10. Propriedade Intelectual:

Não se aplica.

11. Relatório Final:

Data efetiva de término: 01/05/2021

Tipo		Descrição
Produção bibliográfica	Artigos em periódicos internacional	EIDT, B. ; ROYER, D. . Representations of
Produção bibliográfica	Artigos em periódicos internacional	GONÇALVES, DANIEL ; ROYER, DANILLO .
Produção bibliográfica	Artigos em periódicos internacional	BEUTER, V. ; GONCALVES, D. ; OINERT, J.
Produção bibliográfica	Artigos em periódicos internacional	ROYER, D.. Partial group algebra with
Produção bibliográfica	Artigos em periódicos internacional	GONÇALVES, DANIEL ; ROYER, DANILLO .
Orientações	Dissertação de mestrado	Ben-Hur Eidt. Sistemas Ramificados e
Orientações	Dissertação de mestrado	Paula Savana Estácio Moreira.
Orientações	Iniciação Científica	Carlos Caldeira. Álgebras e C*-álgebras.
Orientações	Iniciação Científica	Luiz Felipe Garcia. Tópicos em espaços
Orientações	Iniciação Científica	Matheus Pimenta Carracelas. Medida de
Orientações	Trabalho de conclusão de curso de	Matheus Pimenta Carracelas.
Orientações	Trabalho de conclusão de curso de	Carlos Eduardo Caldeira. O Teorema de
Orientações	Trabalho de conclusão de curso de	Tainá de Oliveira Johnson. Funcionais
Produção bibliográfica	Artigos em periódicos internacional	Royer D. and Gonçalves D. . Simplicity
Produção bibliográfica	Artigos em periódicos internacional	ROYER, D.; GONCALVES, D. .

Receita total (inclui rendimento): R\$ 0,00

Despesa realizada: R\$ 0,00

Saldo: R\$ 0,00

12. Movimentações:

Data	Responsável	Ação	Notificados	Comentários
04/04/2018 - 13:36h	Daniilo Royer	Criou o projeto		
04/04/2018 - 13:36h	Daniilo Royer	Enviou o projeto para aprovação	Cleverson Roberto da Luz	
01/05/2018 - 09:48h	Cleverson Roberto da Luz	Aprovou o projeto	Aldrovando Luis Azeredo Araujo	



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

SÍNTESE DO PROJETO DE PESQUISA

Situação: Ativo

Número: 201804838

Data	Responsável	Ação	Notificados	Comentários
07/05/2018 - 16:06h	Aldrovando Luis Azeredo Araujo	Aprovou o projeto	Danilo Royer	
01/04/2021 - 06:00h		Prazo do projeto de pesquisa quase encerrado	Danilo Royer, formulariopesquisa@contato.ufsc.br	

ORIENTAÇÕES CONCLUÍDAS

1) Iniciação científica

1. Carlos Caldeira. Álgebras e C^* -álgebras. 2019. Iniciação Científica. (Graduando em Matemática Bacharelado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. Orientador: Danilo Royer.
2. Luiz Felipe Garcia. Tópicos em espaços normados. 2019. Iniciação Científica. (Graduando em Matemática Bacharelado) - Universidade Federal de Santa Catarina, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. Orientador: Danilo Royer.
3. Matheus Pimenta Carracelas. Medida de Lebesgue. 2018. Iniciação Científica. (Graduando em Licenciatura em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico. Orientador: Danilo Royer.

Trabalho de conclusão de Curso de Graduação

1. Matheus Pimenta Carracelas. Compacidade e equicontinuidade. 2020. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina. Orientador: Danilo Royer.
2. Carlos Eduardo Caldeira. O Teorema de Gelfand para C^* -álgebras. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Bacharelado em Matemática) - Universidade Federal de Santa Catarina. Orientador: Danilo Royer.
3. Tainá de Oliveira Johnson. Funcionais lineares em espaços de Hilbert. 2019. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Matemática Bacharelado) - Universidade Federal de Santa Catarina. Orientador: Danilo Royer.

Dissertações de Mestrado

1. Ben-Hur Eidt. Sistemas Ramificados e Equivalência Unitária de Representações da Álgebra de Grafo. 2020. Dissertação (Mestrado em Pós-Graduação em Matemática Pura e Aplicada) - Universidade Federal de Santa Catarina, . Orientador: Danilo Royer.
2. Paula Savana Estácio Moreira. Representações de álgebras de caminhos de leavitt. 2019. Dissertação (Mestrado em Pós-Graduação em Matemática Pura e Aplicada) - Universidade Federal de Santa Catarina, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior. Orientador: Danilo Royer

ARTIGOS PUBLICADOS

1. **D. Royer and D. Gonçalves.** Representations and the reductin theorem for ultragraph Leavitt path algebras *Journal of Algebraic Combinatorics* (2021) 53:505–526
2. **Eidt B. And Royer D.** Representations of C^* -algebras of row-countable graphs and unitary equivalence. *ROCKY MOUNTAIN JOURNAL OF MATHEMATICS*, v. 50, p. 1295-1312, 2020.
3. **Gonçalves D. and Royer D.** Irreducible and permutative representations of ultragraph Leavitt path algebras. *Forum Mathematicum*, v. 32, p. 417-431, 2020.

4. Royer D. and Gonçalves D. . Simplicity and chain conditions for Ultragraph Leavitt path algebras via partial skew group ring theory. JOURNAL OF THE AUSTRALIAN MATHEMATICAL SOCIETY, v. 109, p. 299-319, 2020.

5. Beuter V., Gonçalves D., Oinert, J, and Royer D. . Simplicity of skew inverse semigroup rings with applications to Steinberg algebras and topological dynamics. FORUM MATHEMATICUM, v. 3, p. 543-562, 2019.

6. Royer, D. Partial group algebra with projections and relations. ROCKY MOUNTAIN JOURNAL OF MATHEMATICS **JCR**, v. 49, p. 645-660, 2019.

7. Gonçalves D, and Royer D. ; ROYER, DANILO . Infinite Alphabet Edge Shift Spaces via Ultragraphs and Their C^* -Algebras. International Mathematics Research Notices, v. 2019, p. 2177-2203, 2019.



Documento assinado digitalmente

Daniilo Royer

Data: 19/04/2021 15:34:18-0300

CPF: 017.167.049-36

Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Pró-Reitoria de Pesquisa / PROPESQ

Predio Reitoria II (Edifício Santa Clara) – CEP 88040-900

Rua Desembargador Vitor Lima, 222, sala 302

Trindade - Florianópolis - Santa Catarina - Brasil | www.propesq.ufsc.br / +55 (48) 3721-7417

CERTIFICADO

CERTIFICAMOS para os devidos fins que o professor DANILO ROYER do DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA / MTM/CFM do CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS orientou, no período de AGO/2018-AGO/2019 junto ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC/CNPq), com uma carga horária de 20 (vinte) horas semanais, o(a) estudante CARLOS EDUARDO CALDEIRA, matrícula 15150450, no desenvolvimento do Projeto de Pesquisa: "*Representações em álgebras de ultragrafos*".

Florianópolis, 5 de abril de 2021.

Pró-reitoria de Pesquisa
PROPESQ - UFSC

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Pró-Reitoria de Pesquisa / PROPESQ

Predio Reitoria II (Edifício Santa Clara) –CEP 88040-900

Rua Desembargador Vitor Lima, 222, sala 302

Trindade - Florianópolis - Santa Catarina - Brasil | www.propesq.ufsc.br / +55 (48) 3721-7417

CERTIFICADO

CERTIFICAMOS para os devidos fins que o professor **DANILO ROYER** do DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA / MTM/CFM do CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS orientou, no período de MAR/2019-AGO/2019 junto ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC/CNPq), com uma carga horária de 20 (vinte) horas semanais, o(a) estudante **LUIZ FELIPE GARCIA**, matrícula 18100693, no desenvolvimento do Projeto de Pesquisa: "*Representações em álgebras de ultragrafos*".

Florianópolis, 5 de abril de 2021.

Pró-reitoria de Pesquisa
PROPESQ - UFSC

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

Pró-Reitoria de Pesquisa / PROPESQ

Predio Reitoria II (Edifício Santa Clara) – CEP 88040-900

Rua Desembargador Vitor Lima, 222, sala 302

Trindade - Florianópolis - Santa Catarina - Brasil | www.propesq.ufsc.br / +55 (48) 3721-7417

CERTIFICADO

CERTIFICAMOS para os devidos fins que o professor DANILO ROYER do DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA / MTM/CFM do CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS orientou, no período de AGO/2018-FEV/2019 junto ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica (PIBIC/CNPq), com uma carga horária de 20 (vinte) horas semanais, o(a) estudante MATHEUS PIMENTA CARRACELAS, matrícula 16100935, no desenvolvimento do Projeto de Pesquisa: "*Representações em álgebras de ultragrafos*".

Florianópolis, 5 de abril de 2021.

Pró-reitoria de Pesquisa
PROPESQ - UFSC



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
COORDENAÇÃO DOS CURSOS DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA
CAMPUS UNIVERSITÁRIO REITOR JOÃO DAVID FERREIRA LIMA - TRINDADE
CEP: 88040-900 - FLORIANÓPOLIS - SC
TELEFONE: (48) 3721-4612
www.mtm.grad.ufsc.br / matematica@contato.ufsc.br

DECLARAÇÃO

Declaramos para os devidos fins e efeitos que o Professor **Danilo Royer** participou como membro (Orientador) da Banca Examinadora da Monografia “Compacidade e Equicontinuidade”, conforme Portaria 22/2020/CCM, do Trabalho de Conclusão de Curso do acadêmico Matheus Pimenta Carracelas, do Curso de Graduação em Matemática – Licenciatura, realizada em 11 de dezembro de 2020.

Florianópolis, 11 de dezembro de 2020



Documento assinado digitalmente
Silvia Martini de Holanda
Data: 09/12/2020 08:12:58-0300
CPF: 595.791.379-00

Silvia Martini de Holanda
Coordenadora de Curso



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS FÍSICAS E MATEMÁTICAS
COORDENAÇÃO DOS CURSOS DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

CAMPUS UNIVERSITÁRIO REITOR JOÃO DAVID FERREIRA LIMA - TRINDADE

CEP: 88040-900 - FLORIANÓPOLIS - SC

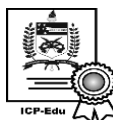
TELEFONE: (48) 3721-4612

www.mtm.grad.ufsc.br / matematica@contato.ufsc.br

DECLARAÇÃO

Declaramos, para os devidos fins e efeitos que o Professor **Danilo Royer**, do Departamento de Matemática, participou dos seguintes trabalhos acadêmicos – TCC II, nesta Universidade:

- Carlos Eduardo Caldeira, semestre 2019-2 (Matemática – Bacharelado);
- Tainá de Oliveira Johnson, semestre 2019-2 (Matemática – Bacharelado).



Documento assinado digitalmente

Giana Paula Schauffler

Data: 08/04/2021 13:00:05-0300

CPF: 082.729.899-48

Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>

Florianópolis, 08 de abril de 2021

Giana Paula Schauffler

Secretária Acadêmica dos

Cursos de Matemática - UFSC



DECLARAÇÃO

Declaramos que o(a) Prof. Danilo Royer orientou/orienta o(s) seguinte(s) mestrando(s) e doutorando(s) do Programa de Pós-Graduação em Matemática Pura e Aplicada, no período de 2018 a 2021.

Nível	Aluno	Início	Término
Orientação Concluída			
<i>Doutorandos</i>			
	Alúzio Antonio Fernandes da Silva	01/09/2018	31/05/2019
<i>Mestrandos</i>			
	Ben - Hur Eidt	26/02/2018	21/02/2020
	Paula Savana Estácio Moreira	01/04/2018	26/02/2019

Florianópolis, 08 de Abril de 2021.



Documento assinado digitalmente

Daniel Goncalves

Data: 08/04/2021 09:30:48-0300

CPF: 017.022.459-77

Verifique as assinaturas em <https://v.ufsc.br>



Representations and the reduction theorem for ultragraph Leavitt path algebras

Daniel Gonçalves¹ · Danilo Royer¹

Received: 4 November 2019 / Accepted: 16 December 2020 / Published online: 29 January 2021
© The Author(s), under exclusive licence to Springer Science+Business Media, LLC part of Springer Nature 2021

Abstract

In this paper, we study representations of ultragraph Leavitt path algebras via branching systems and, using partial skew ring theory, prove the reduction theorem for these algebras. We apply the reduction theorem to show that ultragraph Leavitt path algebras are semiprime and to completely describe faithfulness of the representations arising from branching systems, in terms of the dynamics of the branching systems. Furthermore, we study permutative representations and provide a sufficient criteria for a permutative representation of an ultragraph Leavitt path algebra to be equivalent to a representation arising from a branching system. We apply this criteria to describe a class of ultragraphs for which every representation (satisfying a mild condition) is permutative and has a restriction that is equivalent to a representation arising from a branching system.

Mathematics Subject Classification 16W50 · 16S35 · 16G99

1 Introduction

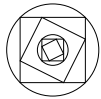
The study of algebras associated to combinatorial objects is a mainstream area in mathematics, with connections with symbolic dynamics, wavelet theory and graph theory, to name a few. Among the most studied algebras arising from combinatorial objects, we find Cuntz–Krieger algebras, graph C^* -algebras, Leavitt path algebras (algebraic

Daniel Gonçalves: This author is partially supported by Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) Grant Numbers 304487/2017-1 and 406122/2018-0 and Capes-PrInt Grant Number 88881.310538/2018-01 - Brazil.

✉ Daniel Gonçalves
daemig@gmail.com

Danilo Royer
danilo.royer@ufsc.br

¹ Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis 88040-900, Brazil



REPRESENTATIONS OF C^* -ALGEBRAS OF ROW-COUNTABLE GRAPHS AND UNITARY EQUIVALENCE

BEN-HUR EIDT AND DANILO ROYER

In this article we generalize the main results of [7] and [12]. More specifically, we show that there are branching systems (which induce representations of the graph $C^*(E)$) associated to each row-countable graph E . For row-countable graphs, we characterize the Condition (L) via branching systems. Moreover, we show that each permutative representation by operators in Hilbert spaces is unitarily equivalent to one induced by a branching system, even the spaces being not separable. Furthermore, under some hypothesis on the graph, we show that each representation of the graph C^* -algebra is permutative.

Introduction

The concept of a graph C^* -algebra was first developed in [14] by considering row-finite countable graphs and have been extensively explored since then. Recall that a graph $E = (E^0, E^1, r, s)$, (where E^0 is the set of vertices, E^1 is the set of edges and $r, s : E^1 \rightarrow E^0$ are the range and source functions) is countable if E^0 and E^1 are both countable and is row-finite if $s^{-1}(v)$ is finite for each vertex v .

The concept of a branching system in the context that we will use, was developed in [7]. Ideas related to branching systems have been studied in some areas like random walks, symbolic dynamics, scientific computing and operator theory; see [12] for references. Also applications of branching systems for higher-rank graphs and ultragraphs can be found in [3] and [10]. For an application in the theory of Wavelets; see [1].

Furthermore, there exists in the literature an algebraic version of the graph C^* -algebra known as Leavitt path algebra. Many concepts and results may be proved in both versions, graph C^* -algebras and Leavitt path algebras (see [6] or [8] for references). In particular, a lot of results we will prove in this paper can be reinterpreted in the algebraic context and we will make comments about this throughout the text.

In this paper we deal with branching systems in row-countable graphs, that is, graphs with the property that $s^{-1}(v)$ is at most countable for each vertex v . In [7] the authors define a structure called branching system for graphs and show how to obtain a representation of $C^*(E)$ through a branching system of a graph E . Moreover, there is proved a result that ensures the existence of a branching system for all countable graphs. It is possible to prove this theorem for arbitrary graphs, by using the path space introduced in [9] with the counting measure. However, this branching system is not enough to prove, for example, the converse of the Cuntz–Krieger theorem (Corollary 1.8). Therefore, we show a bit more

The first author would like to thanks to Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq.
2010 AMS *Mathematics subject classification*: 47L30.

Keywords and phrases: graph C^* -algebra, representation theory, branching systems, unitary equivalence.

Received by the editors on October 25, 2019, and in revised form on February 20, 2020.

Research Article

Daniel Gonçalves* and Danilo Royer

Irreducible and permutative representations of ultragraph Leavitt path algebras

<https://doi.org/10.1515/forum-2019-0270>

Received October 1, 2019

Abstract: We completely characterize perfect, permutative, irreducible representations of an ultragraph Leavitt path algebra. For this, we extend to ultragraph Leavitt path algebras Chen's construction of irreducible representations of Leavitt path algebras. We show that these representations can be built from branching system and characterize irreducible representations associated to perfect branching systems. Along the way, we improve the characterization of faithfulness of Chen's irreducible representations.

Keywords: Ultragraph Leavitt path algebras, irreducible representations, permutative representations, branching systems

MSC 2010: 16G99, 16S10, 16W50

Communicated by: Siegfried Echterhoff

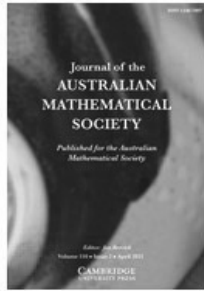
1 Introduction

Ultragraphs (and their algebras) are generalizations of graphs (and their algebras) with applications in symbolic dynamics, operator algebras and algebra; see, for example, [11, 15, 24–30, 33, 34, 36, 38, 39]. The Leavitt path algebra associated to an ultragraph was defined in [32], where it is shown that these algebras provide examples of algebras that can not be realized as the Leavitt path algebra of a graph. A key feature of an ultragraph path algebra is that it provides a unified approach to both Leavitt path algebras and Cuntz–Krieger algebras associated with infinite matrices (see [32] for the purely algebraic context and [38] in the C^* -algebraic context). It is therefore interesting to extend known results of Leavitt path algebra theory to ultragraph Leavitt path algebras. Furthermore, since ultragraph Leavitt path algebras are algebraic analogues of ultragraph C^* -algebras, which are well studied and play a key role in the study of infinite alphabet shift spaces (see [25, 26, 28–30]), it is important to deepen the understanding of these algebras.

Recently, there has been intense activity on the study of representations of Leavitt path algebras. For example, in [2, 5, 6], it is shown that irreducible representations play an important role in the study of the socle series of Leavitt path algebras. The study of representations via branching systems is done in [19], and in [9] a key type of irreducible representation is constructed (which is now called a Chen module). The investigation of Leavitt path algebras with a special type of, or a specific number of, irreducible representations is done in [1, 3, 4, 31, 37].

*Corresponding author: Daniel Gonçalves, Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 88040-900, Brazil, e-mail: daemig@gmail.com. <http://orcid.org/0000-0002-8149-9872>

Danilo Royer, Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 88040-900, Brazil, e-mail: danilo.royer@ufsc.br



Journal of the
Australian
Mathematical Society

Article contents

- Abstract
- Footnotes
- References

SIMPLICITY AND CHAIN CONDITIONS FOR ULTRAGRAPH LEAVITT PATH ALGEBRAS VIA PARTIAL SKEW GROUP RING THEORY

Part of: Chain conditions, growth conditions, and other forms of finiteness Rings and algebras arising under various constructions

Published online by Cambridge University Press: 18 July 2019

DANIEL GONÇALVES  and DANILO ROYER 

Show author details 

Article Metrics

Get access

 Share

 Cite

 Rights & Permissions

Abstract

We realize Leavitt ultragraph path algebras as partial skew group rings. Using this realization we characterize artinian ultragraph path algebras and give simplicity criteria for these algebras.

Keywords

ultragraph Leavitt path algebras

partial skew group ring

simplicity

artinian ring

noetherian ring

MSC classification

PARTIAL GROUP ALGEBRA WITH PROJECTIONS AND RELATIONS

DANILO ROYER

ABSTRACT. We introduce the notion of the *partial group algebra with projections and relations* and show that this C^* -algebra is a partial crossed product. Examples of partial group algebras with projections and relations are the Cuntz-Krieger algebras and the unitization of C^* -algebras of directed graphs.

1. Introduction. In [5], the notion of a partial group algebra with relations was introduced. This algebra is a universal C^* -algebra, where the generators are the elements of a group and the relations are, among other, the relations of a partial representation of the group. It was shown in the same paper that these algebras are examples of partial crossed products.

In this paper, we introduce *partial group algebras with relations and projections*. We define this algebra in terms of generators and relations, where the generators are a family of projections and the elements of a group. We show that the algebras, so defined, are also partial crossed products.

We show that the unitization of graph C^* -algebras are examples of partial group algebras with relations and projections. Another class of examples of partial group algebras with projections and relations are the C^* -algebras (denoted by $O_{A,B}$) which we introduce in subsection 5.1. These algebras are obtained by considering two $n \times n$ matrices A, B , with entries in $\{0, 1\}$, and are such that, if one of the matrices A or B is a permutation matrix, then the algebra $O_{A,B}$ is the Cuntz-Krieger algebra of one matrix.

2. Partial group algebra with projections. In this section, we define the *partial group algebra with projections*, which is a universal

2010 AMS *Mathematics subject classification*. Primary 46L05.

Keywords and phrases. Partial group algebra, partial crossed product.

Received by the editors on March, 29, 2018, and in revised form on August 8, 2018.

DOI:10.1216/RMJ-2019-49-2-645

Copyright ©2019 Rocky Mountain Mathematics Consortium

Research Article

Viviane Beuter*, Daniel Gonçalves, Johan Öinert and Danilo Royer

Simplicity of skew inverse semigroup rings with applications to Steinberg algebras and topological dynamics

<https://doi.org/10.1515/forum-2018-0160>

Received July 6, 2018; revised October 17, 2018

Abstract: Given a partial action π of an inverse semigroup S on a ring \mathcal{A} , one may construct its associated skew inverse semigroup ring $\mathcal{A} \rtimes_{\pi} S$. Our main result asserts that, when \mathcal{A} is commutative, the ring $\mathcal{A} \rtimes_{\pi} S$ is simple if, and only if, \mathcal{A} is a maximal commutative subring of $\mathcal{A} \rtimes_{\pi} S$ and \mathcal{A} is S -simple. We apply this result in the context of topological inverse semigroup actions to connect simplicity of the associated skew inverse semigroup ring with topological properties of the action. Furthermore, we use our result to present a new proof of the simplicity criterion for a Steinberg algebra $A_R(\mathcal{G})$ associated with a Hausdorff and ample groupoid \mathcal{G} .

Keywords: Skew inverse semigroup ring, Steinberg algebra, partial action, inverse semigroup

MSC 2010: 16S99, 16W22, 16W55, 22A22, 37B05

Communicated by: Karl-Hermann Neeb

1 Introduction

The notion of a partial action of a group on a C^* -algebra, and the construction of its associated crossed product C^* -algebra (initially introduced by Exel [18]), is a key ingredient in the study of many C^* -algebras, e.g., Cuntz–Krieger algebras [20], Cuntz–Li algebras [5], graph C^* -algebras [8], ultragraph C^* -algebras [28, 30], and algebras associated with Bratteli diagrams [23, 26], to name a few.

In a purely algebraic context, partial skew group rings were introduced by Dokuchaev and Exel [16] as a generalization of classical skew group rings and as an algebraic analogue of partial crossed product C^* -algebras. The theory of partial skew group rings, which is still quite young, is less developed than its analytical counterpart, but it has evolved quickly in recent years. In particular, many important algebras, such as Leavitt path algebras [27] and ultragraph Leavitt path algebras [29], can be realized as partial skew group rings and general results about the theory, as the ones in [3, 17, 24, 25, 32], have been applied to study these algebras (see [15] for a comprehensive overview of developments in the theory of partial actions). This recent development of the area indicates that the theory of non-commutative rings may benefit from the theory of partial skew group rings.

***Corresponding author: Viviane Beuter**, Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, BR-88040-900; and Departamento de Matemática, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, BR-89219-710, Brazil, e-mail: vivibeuter@gmail.com

Daniel Gonçalves, Danilo Royer, Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, BR-88040-900, Brazil, e-mail: daemig@gmail.com, daniroyer@gmail.com. <http://orcid.org/0000-0002-8149-9872>, <http://orcid.org/0000-0002-6554-0898>

Johan Öinert, Department of Mathematics and Natural Sciences, Blekinge Institute of Technology, SE-37179 Karlskrona, Sweden, e-mail: johan.oinert@bth.se. <http://orcid.org/0000-0001-8095-0820>

D. Gonçalves and D. Royer (2017) "Infinite Alphabet Edge Shift Spaces via Ultragraphs and Their C*-Algebras," International Mathematics Research Notices, Vol. 2019, No. 7, pp. 2177–2203
Advance Access Publication August 21, 2017
doi: 10.1093/imrn/rnx175

Infinite Alphabet Edge Shift Spaces via Ultragraphs and Their C*-Algebras

Daniel Gonçalves* and **Danilo Royer**

Departamento de Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina,
Florianópolis 88040-900, Brazil

*Correspondence to be sent to: e-mail: daemig@gmail.com

We define a notion of (one-sided) edge shift spaces associated to ultragraphs. In the finite case, our notion coincides with the edge shift space of a graph. In general, we show that our space is metrizable and has a countable basis of clopen sets. We show that for a large class of ultragraphs the basis elements of the topology are compact. We examine shift morphisms between these shift spaces, and, for the locally compact case, show that if two (possibly infinite) ultragraphs have edge shifts that are conjugate, via a conjugacy that preserves length, then the associated ultragraph C*-algebras are isomorphic. To prove this last result we realize the relevant ultragraph C*-algebras as partial crossed products.

1 Introduction

In classical symbolic dynamics, a shift space is a set of infinite words that represent the evolution of a discrete system: One starts with a finite alphabet A , with the discrete topology, and constructs the infinite products $A^{\mathbb{Z}}$ and $A^{\mathbb{N}}$. The map σ attached to these spaces shifts all the entries of the sequences one to the left. A *shift space* (or a *subshift*) is then a closed subspace of $A^{\mathbb{Z}}$ or $A^{\mathbb{N}}$ which is invariant under σ . These dynamical systems are well studied—see [22] for an excellent reference.

Received November 23, 2016; Revised May 12, 2017; Accepted July 6, 2017

Communicated by Prof. Dan-Virgil Voiculescu

MSC 2010: 37B10, 47L65, 54H20

© The Author(s) 2017. Published by Oxford University Press. All rights reserved. For permissions, please e-mail: journals.permission@oup.com.

