

Introdução ao Cálculo

1ª Lista de Exercícios

- 1) Sejam A, B, C, M e N subconjuntos de um conjunto dado E . Mostre que valem as seguintes propriedades:
 - a) $A \cup \emptyset = A, A \cap \emptyset = \emptyset$.
 - b) $A \cup A = A, A \cap A = A$.
 - c) $A \cup B = B \cup A, A \cap B = B \cap A$.
 - d) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C), (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.
 - e) $A \cup B = A \Leftrightarrow B \subseteq A, A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$.
 - f) $A \subseteq B$ e $M \subseteq N \Rightarrow (A \cup M) \subseteq (B \cup N)$. Dê um contra exemplo de que não vale a recíproca.
 - g) $A \subseteq B$ e $M \subseteq N \Rightarrow (A \cap M) \subseteq (B \cap N)$. Dê um contra exemplo de que não vale a recíproca.
 - h) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C), A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.
- 2) Sejam dois conjuntos A e B tais que $A \cup B = A \cap B$, mostre que $A = B$.
- 3) Sejam A, B e C subconjuntos de um conjunto dado E . Mostre que valem as seguintes propriedades:
 - a) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C), A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$.
 - b) $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$. Este conjunto é denominado a diferença simétrica $A \Delta B$.
 - c) $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$.
 - d) $A \Delta B = B \Delta A$.
 - e) $A \Delta \emptyset = A$.
 - f) $(A \setminus A) = \emptyset, A \setminus \emptyset = A$.
 - g) Denotando por A^C o conjunto $E \setminus A$, então $(A^C)^C = A$.
 - h) $A \subseteq B \Leftrightarrow B^C \subseteq A^C$.
 - i) $A \Delta E = A^C$.
 - j) $A \Delta A^C = E$.
 - k) $A = \emptyset \Leftrightarrow A^C = E$.
 - l) $(A \cup B)^C = A^C \cap B^C$.
 - m) $(A \cap B)^C = A^C \cup B^C$.
 - n) $A \cup A^C = E, A \cap A^C = \emptyset$.
 - o) $B \setminus A \subseteq A^C$.
- 4) Demonstre as igualdades de conjuntos a seguir:
 - a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$.
 - b) $A \subseteq B$ e $M \subseteq N \Leftrightarrow (A \times M) \subseteq (B \times N)$.
 - c) $A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C)$.
 - d) $(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C)$.