

Seminários II

Logarítmos

- 1) Um investidor aplicou seu dinheiro em um fundo, onde deposita R\$ 1000,00 por mês e o rendimento é de 0,5% ao mês. quanto tempo demorará para que ele fique milionário, isto é, tenha pelo menos R\$ 1000.000,00 depositado?
- 2) Observações feitas por um longo tempo mostram que, após períodos de mesma duração a população da terra fica multiplicada pelo mesmo fator. Sabendo-se que a população da Terra era de 2,68 bilhões de pessoas em 1956 e de 3,78 bilhões em 1972 pede-se
 - a) O tempo necessário para que a população da Terra dobre.
 - b) A população estimada em 2012.
 - c) O ano em que a população da Terra era de 1 bilhão de pessoas.
- 3) Sabendo-se que $\log_{ab} a = 4$ calcule

$$\log_{ab} \left(\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}} \right)$$

- 4) Sejam a , b e c números positivos diferentes de 1. Mostre que

$$\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c a = 1$$

- 5) Sejam $a, b, c > 0$, mostre que

$$\left(\frac{a}{b} \right)^{\log c} \left(\frac{b}{c} \right)^{\log a} \left(\frac{c}{a} \right)^{\log b} = 1$$

- 6) Mostre que

$$\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} = \frac{1}{\log_{ab} x}$$

- 7) Se $x = (\log_{16} 2)^{\log_2 16}$, quanto vale $\log_2 x$?

- 8) Encontre o domínio da função

$$f(x) = \log \left(\frac{2^x - 1}{2 - x} \right)$$

9) Dado que

$$\frac{1 + \log_a b}{1 - \log_{a^2} b} = 4,$$

Determine o valor de

$$x = \frac{\sqrt{ab}}{a+b}.$$

10) Mostre que, para todo $x > 1$ tem-se

$$\ln \left(\frac{x + \sqrt{x^2 - 1}}{x - \sqrt{x^2 - 1}} \right) = 2 \ln (x + \sqrt{x^2 - 1})$$

11) Mostre que, para todos números $a, y > 0$ tem-se

$$\ln \left(\frac{y}{\sqrt{a^2 + y^2} + a} \right) = \ln \left(\frac{\sqrt{a^2 + y^2} - a}{y} \right)$$

12) Para todo $n > 0$, mostre que

$$-\log_n \left(\log_n \left(\sqrt[n]{\sqrt[n]{\sqrt[n]{n}}} \right) \right) = 3$$

13) Sejam a, b, c lados de um triângulo retângulo cuja hipotenusa mede a . Suponha que $a - b \neq 1$ e $a + b \neq 1$. Mostre que

$$\log_{a+b} c + \log_{a-b} c = 2 \log_{a+b} c \cdot \log_{a-b} c$$

14) Resolva a equação:

$$\log_2 (2 \sin x - 1) = \log_4 (3 \sin^2 x - 4 \sin x + 2)$$

15) (ITA 2011) Resolva a inequação em $\mathbb{R}$:

$$16 < \left(\frac{1}{4} \right)^{\log_{\frac{1}{5}} (x^2 - x + 19)}$$