

Seminários II

Módulos

- 1) Mostre que para todo $a \in \mathbb{R}$ temos que $a \leq |a|$.
- 2) Mostre que $|ab| = |a||b|$.
- 3) Mostre que são equivalentes os seguintes itens:
 - (i) $a \leq b$ e $a \leq -b$.
 - (ii) $a \leq |b|$.
 - (iii) $-|b| \leq a \leq |b|$.
- 4) Mostre a desigualdade triangular $|a + b| \leq |a| + |b|$.
- 5) Mostre que $||a| - |b|| \leq |a - b|$.
- 6) Encontre o domínio e esboce o gráfico da função $f(x) = \frac{x^2-1}{|x-1|}$.
- 7) Encontre o domínio, esboce o gráfico e determine os intervalos em que a função

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{|x - 1|} + \frac{x^2 - x - 2}{|x + 1|}.$$

é crescente e decrescente.

- 8) Seja $f : \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$, onde $\mathbb{R}^*$ é o conjunto dos números reais não nulos, dada por

$$f(x, y, z) = \frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{z}{|z|} + \frac{xyz}{|xyz|}.$$

Qual o conjunto imagem de f ?

- 9) Determine os números reais x que satisfazem à desigualdade

$$|x + 2 - |x - 4|| + |2x - 1| \geq |3x - |2 - x||.$$

- 10) Resolva o sistema abaixo:

$$\begin{cases} |x + 1| + |y - 1| &= 5 \\ |x + 1| - 4y &= -4 \end{cases}$$