

Geometria Quantitativa II

Lista de Exercícios 2

- 1) Mostre as seguintes identidades trigonométricas:
- a) $\cos 2a = (\cos a)^2 - (\sin a)^2 = 2(\cos a)^2 - 1 = 1 - 2(\sin a)^2$.
 - b) $\operatorname{tg}(a+b) = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{1 - \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b}$.
 - c) $\operatorname{tg} 2a = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} a}{1 - (\operatorname{tg} a)^2}$.
 - d) $\cos\left(\frac{a}{2}\right) = \sqrt{\frac{\cos a + 1}{2}}$.
 - e) $\sin\left(\frac{a}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \cos a}{2}}$.
 - f) $\sin a + \sin b = 2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$.
 - g) $\sin a - \sin b = 2 \sin\left(\frac{a-b}{2}\right) \cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$.
 - h) $\cos a + \cos b = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$.
 - i) $\cos a - \cos b = -2 \sin\left(\frac{a+b}{2}\right) \sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$.
- 2) Denotando por $t = \operatorname{tg}\left(\frac{\theta}{2}\right)$ mostre que

$$\sin \theta = \frac{2t}{1+t^2}, \quad \cos \theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}.$$

- 3) Calcule o valor da expressão

$$A = \frac{(2(\sin 20^\circ)^4 - 2(\cos 20^\circ)^4) \cdot (\operatorname{cosec} 20^\circ)^4}{3 - 3(\cotg 20^\circ)^4}.$$

- 4) Calcule o valor da expressão

$$A = \cos 12^\circ + \cos 25^\circ + \dots + \cos 155^\circ + \cos 168^\circ.$$

- 5) Se $\operatorname{tg} x = \sqrt{5}$, calcule o valor de $(\sin x)^2$.
- 6) sejam a e b constantes reais positivas, $x = a \cdot \operatorname{tg} t + 1$ e $y^2 = b^2(\sec t)^2 - b^2$, para $0 \leq t < 90^\circ$. Verifique que

$$y^2 = \frac{b^2}{a^4}(x-1)^2$$

- 7) Uma pessoa localizada a 10 metros de um poste olha para o seu topo levantando a cabeça com um ângulo 2α , se ele se afasta mais 20 metros do poste, ele precisa apenas levantar a cabeça com um ângulo de α para ver o topo do poste. Determine a altura do poste e o ângulo α .
- 8) Seja $\triangle ABC$ um triângulo não retângulo, mostre que

$$\operatorname{tg} \hat{A} + \operatorname{tg} \hat{B} + \operatorname{tg} \hat{C} = \operatorname{tg} \hat{A} \cdot \operatorname{tg} \hat{B} \cdot \operatorname{tg} \hat{C}.$$