

Porém, pode-se estender o conceito de ângulo para se ter o *ângulo nulo* (quando os lados coincidem) ou o *ângulo raso* (quando os lados são semi-retas opostas). E, então:

$$0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$$

## EXERCÍCIOS

I.14 Classificar em verdadeiro (V) ou falso (F):

- Dois ângulos consecutivos são adjacentes.
- Dois ângulos adjacentes são consecutivos.
- Dois ângulos adjacentes são opostos pelo vértice.
- Dois ângulos opostos pelo vértice são adjacentes.
- Dois ângulos opostos pelo vértice são consecutivos.

I.15 Classificar em verdadeiro (V) ou falso (F):

- Dois ângulos suplementares são adjacentes.
- Dois ângulos complementares são adjacentes.
- Dois ângulos adjacentes são complementares.
- Os ângulos de medida  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  e  $60^\circ$  são complementares.
- Os ângulos de medida  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$  são suplementares.

I.16 Os ângulos da figura a seguir são complementares? São adjacentes?



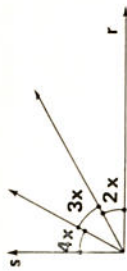
I.17  $Oa$  e  $Ob$  são duas semi-retas colineares opostas.  $Oc$  é uma semi-reta qualquer. Os ângulos  $aOc$  e  $cOb$  são adjacentes? São suplementares?

I.18 Se dois ângulos são opostos pelo vértice, então eles são congruentes ou Dois ângulos o.p.v. são congruentes.

**Solução:**

Considerando  $\hat{A}OB$  de medida  $x$  e  $\hat{C}OD$  de medida  $y$  opostos pelo vértice e o ângulo  $\hat{BOC}$  de medida  $z$ , temos:

$$\left. \begin{array}{l} x + z = 180^\circ \\ y + z = 180^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow x = y \Rightarrow \hat{A}OB \equiv \hat{C}OD$$



I.19 Calcular o valor de  $x$  no caso ao lado em que  $m(\hat{rOs}) = 90^\circ$ .

I.20 A soma de dois ângulos adjacentes é  $120^\circ$ . Calcule a medida de cada ângulo, sabendo que a medida de um deles é o triplo do outro menos  $40^\circ$ .

I.21 Calcular o complemento dos seguintes ângulos:

- $25^\circ$
- $47^\circ$
- $37^\circ 25'$

I.22 Calcular o suplemento dos seguintes ângulos:

- $72^\circ$
- $141^\circ$
- $93^\circ 15'$

I.23 Dado um ângulo de medida  $x$ , indicar:

- seu complemento
- seu suplemento
- o dobro do seu complemento
- a metade de seu suplemento
- o triplo de seu suplemento
- a sétima parte do complemento
- a quinta parte do suplemento

I.24 Dar a medida do ângulo que vale o dobro do seu complemento.

I.25 Determinar a medida do ângulo igual ao triplo do seu complemento.

I.26 Calcular o ângulo que vale o quádruplo de seu complemento.

I.27 Calcular um ângulo, sabendo-se que um quarto do seu suplemento vale  $36^\circ$ .

I.28 Qual é o ângulo que excede o seu complemento em  $76^\circ$ ?

**Solução:**

$$\text{ângulo} \rightarrow x \quad \text{complemento} \rightarrow 90^\circ - x$$

$$\text{"Ângulo menos complemento é igual a } 76^\circ \text{"}$$

$$x - (90^\circ - x) = 76^\circ \Rightarrow 2x = 166^\circ \Rightarrow x = 83^\circ$$

I.29 Qual é o ângulo que excede o seu suplemento de  $66^\circ$ ?

I.30 Determinar um ângulo sabendo que o seu suplemento excede o próprio ângulo de  $70^\circ$ .

I.31 Qual é o ângulo que somado ao triplo do seu complemento dá  $210^\circ$ ?

I.32 Qual é o ângulo que diminuído do seu suplemento dá  $120^\circ$ ?

I.33 Um ângulo excede o seu complemento de  $48^\circ$ . Determinar o suplemento desse ângulo.

1.34 Dois ângulos estão na relação  $\frac{4}{9}$ . Sendo  $130^\circ$  sua soma, determine o complemento do menor.

1.35 Determinar dois ângulos suplementares, sabendo que um deles é o triplo do outro.

1.36 Dois ângulos são suplementares. O menor é o complemento da quarta parte do maior. Calcular esses ângulos.

1.37 A razão entre dois ângulos suplementares é igual a  $\frac{2}{7}$ . Determinar o complemento do menor.

1.38 Determinar o complemento de um ângulo sabendo que a razão entre o ângulo e seu complemento é igual a  $\frac{5}{4}$ .

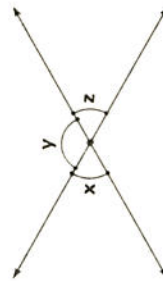
1.39 O complemento de um ângulo está para o seu suplemento como 2 para 7. Calcular a medida do ângulo.

1.40 O triplo do complemento de um ângulo aumentado de  $50^\circ$  é igual ao suplemento do ângulo. Determinar a medida do ângulo.

1.41 Determinar as medidas de dois ângulos suplementares sabendo que o dobro de um deles somado com a sétima parte do outro resulta  $60^\circ$ .

1.42 A soma de um ângulo com a terça parte do seu complemento resulta  $46^\circ$ . Determinar o suplemento desse ângulo.

1.43 Determinar dois ângulos complementares tais que o dobro de um, aumentado da terça parte do outro, seja igual a um ângulo reto.



1.44 Na figura, o ângulo  $x$  mede a sexta parte do ângulo  $y$ , mais a metade do ângulo  $z$ . Calcular o ângulo  $y$ .

1.45 Os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  são opostos pelo vértice. O primeiro é expresso em graus por  $9x - 2$  e o segundo por  $4x + 8$ . Determinar esses ângulos.

1.46 Cinco semi-retas de um mesmo ponto  $V$ , formando cinco ângulos que cobrem todo o plano e são proporcionais aos números 2, 3, 4, 5 e 6. Calcular o maior dos ângulos.

1.47 Qual o complemento do ângulo  $x$  que verifica a relação:  
 $2x + 2\alpha + 4\beta + 70^\circ = 90^\circ$ ?

1.48 Qual o suplemento do ângulo  $x$  que satisfaz a relação:  
 $3x - 6\alpha + 9\beta + 84^\circ = 180^\circ$ ?

# TRIÂNGULO

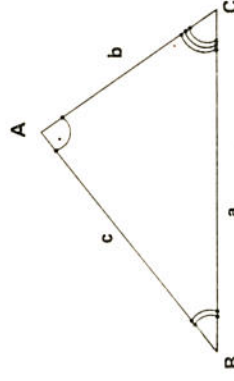
## I. CONCEITO – ELEMENTOS – CLASSIFICAÇÃO

### 42. Definição

Dados três pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$  não colineares à reunião dos segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  e  $\overline{BC}$  chama-se **triângulo**  $ABC$ .

Indicação: triângulo  $ABC = \triangle ABC$

$$\triangle ABC = \overline{AB} \cup \overline{AC} \cup \overline{BC}$$



### 43. Elementos

Os pontos  $A$ ,  $B$  e  $C$  são os **vértices** do  $\triangle ABC$ .

Os segmentos  $\overline{AB}$  (de medida  $c$ ),  $\overline{AC}$  (de medida  $b$ ) e  $\overline{BC}$  (de medida  $a$ ) são os **lados** do triângulo.

Os ângulos  $\hat{BAC}$  ou  $\hat{A}$ ,  $\hat{ABC}$  ou  $\hat{B}$  e  $\hat{ACB}$  ou  $\hat{C}$  são os **ângulos** do  $\triangle ABC$  (ou ângulos internos do  $\triangle ABC$ ).

Diz-se que os lados  $\overline{BC}$ ,  $\overline{AC}$  e  $\overline{AB}$  e os ângulos  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$  são, respectivamente, **opostos**.

## 21. Nota

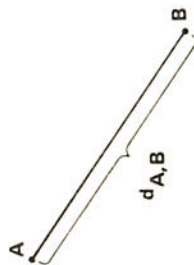
A congruência, a desigualdade e a adição de segmentos aliadas à propriedade "dados dois segmentos, existe sempre um múltiplo de um deles que supera o outro"

(postulado de Eudócio (408-355 A.C.) — Arquimedes (278-212 A.C.)) nos permitem estabelecer a razão entre dois segmentos quaisquer. Podemos medir um deles tomando o outro como unidade de comprimento.

## 22. Distância entre dois pontos

### a) distância geométrica

Dados dois pontos distintos  $A$  e  $B$ , a distância entre  $A$  e  $B$  (indicada por  $d_{A,B}$ ) é o segmento  $\overline{AB}$  ou qualquer segmento congruente a  $\overline{AB}$ .



### b) distância métrica

Dados dois pontos distintos  $A$  e  $B$  a distância entre  $A$  e  $B$  é a medida (número, comprimento) do segmento  $\overline{AB}$ .

Se  $A$  e  $B$  coincidirem dizemos que a distância geométrica entre  $A$  e  $B$  é nula e a distância métrica é igual a zero.

## EXERCÍCIOS

- 1.5 Quantas semi-retas há numa reta, com origem nos quatro pontos  $A, B, C$  e  $D$  da reta?
- 1.6 Três pontos distintos de uma reta, quantos segmentos distintos podem determinar?
- 1.7 Quantos segmentos há que unem os pontos  $A$  e  $B$  distintos? Quantos há com extremidade  $A$  e  $B$ ?
- 1.8 Classifique em verdadeiro (V) ou falso (F):
  - a) Se dois segmentos são consecutivos, então eles são colineares.
  - b) Se dois segmentos são colineares, então eles são consecutivos.
  - c) Se dois segmentos são adjacentes então eles são colineares.
  - d) Se dois segmentos são colineares então eles são adjacentes.
  - e) Se dois segmentos são adjacentes então eles são consecutivos.
  - f) Se dois segmentos são consecutivos então eles são adjacentes.

- 1.9 Se  $\overline{PA}$  e  $\overline{OB}$  são segmentos congruentes de uma reta  $r$ , mostre que os segmentos  $\overline{PO}$  e  $\overline{AB}$  são congruentes.
- 1.10 O segmento  $\overline{AB}$  de uma reta é igual ao quíntuplo do segmento  $\overline{CD}$  dessa mesma reta. Determine a medida do segmento  $\overline{AB}$ , considerando-se como unidade de medida a quinta parte do segmento  $\overline{CD}$ .
- 1.11  $P, A$  e  $B$  são três pontos distintos de uma reta. Se  $P$  está entre  $A$  e  $B$ , que relação deve ser válida entre os segmentos  $\overline{PA}$ ,  $\overline{PB}$  e  $\overline{AB}$ ?
- 1.12  $P, Q$  e  $R$  são três pontos distintos de uma reta. Se  $\overline{PQ}$  é igual ao triplo de  $\overline{QR}$  e  $\overline{PR} = 32 \text{ cm}$ , determine as medidas dos segmentos  $\overline{PQ}$  e  $\overline{QR}$ .
- 1.13 Os segmentos  $\overline{AB}$  e  $\overline{BC}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{CD}$  são adjacentes, de tal maneira que  $\overline{AB}$  é o triplo de  $\overline{BC}$ ,  $\overline{BC}$  é o dobro de  $\overline{CD}$ , e  $\overline{AD} = 36 \text{ cm}$ . Determine as medidas dos segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{CD}$ .